COURS DISPONIBLE SUR INTERNET

Serveur step.ipgp.jussieu.fr

→ TICE

→ Serveur de Cours

PLAN

1°) Energie et températures dans la Terre

2°) Eléments de dynamique

3°) Champ de pesanteur

4°) Mesure de la déformation

5°) Sismologie et tremblements de terre

6°) Chimie des roches

Chapitre 2

Eléments de dynamique terrestre

Objectif:

identifier et calculer les contraintes
(et les forces) mises en jeu.

Rappel

Le principe fondamental de la dynamique:

$\sum \vec{F} = m \vec{\gamma}$ (forces) **ET** $\sum \vec{C} = \ldots$ (moments)

Dans la Terre solide, l'accélération est faible.

Analyse grossière à l'aide de valeurs caractéristiques

Echelle de vitesse	U
Echelle de distance	L
Echelle de temps	L/U

Forces de frottement visqueux $S \times \boldsymbol{\tau} = L^2 \mu\, U/L$

Terme d'accélération $m\, \gamma = \rho\, L^3\, U/(L/U)$

Forces de frottement visqueux $S \times \tau = L^2 \mu U/L = \mu L U$

Terme d'accélération $m \gamma = \rho L^3 U/(L/U) = \rho L^2 U^2$

$$\text{Rapport } \mathbf{Re} = \frac{\text{Accélération}}{\text{Frottement}} = \frac{\rho L^2 U^2}{\mu L U} = \frac{\rho L U}{\mu}$$

(Nombre de Reynolds)

Application numérique:

$$U = 3{,}15 \text{ cm/an} = \frac{3{,}15 \;\; 10^{-2}}{3{,}15 \;\; 10^{7}} \approx 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$$

$$L \approx 1000 \text{ km} \approx 10^{6} \text{ m}$$

$$\rho = 3 \;\; 10^{3} \text{ kg m}^{-3}$$

$$\mu = 10^{21} \text{ Pas}$$

$$\boxed{Re \approx 3 \;\; 10^{-21} << 1}$$

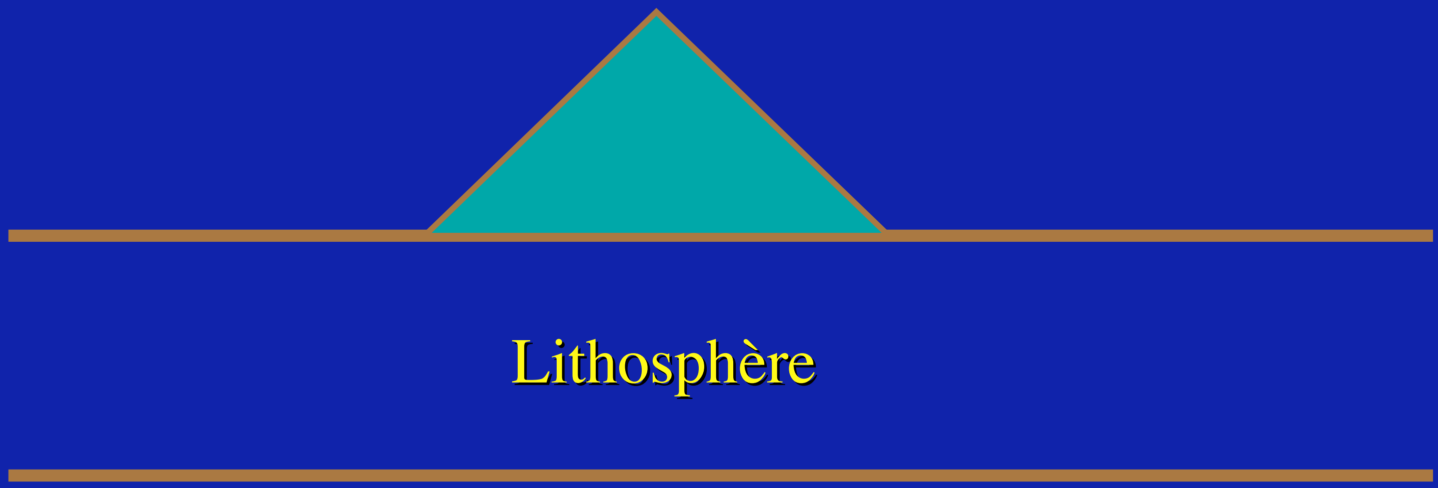
CONCLUSION

Les termes d'accélération sont négligeables dans la Terre solide et donc

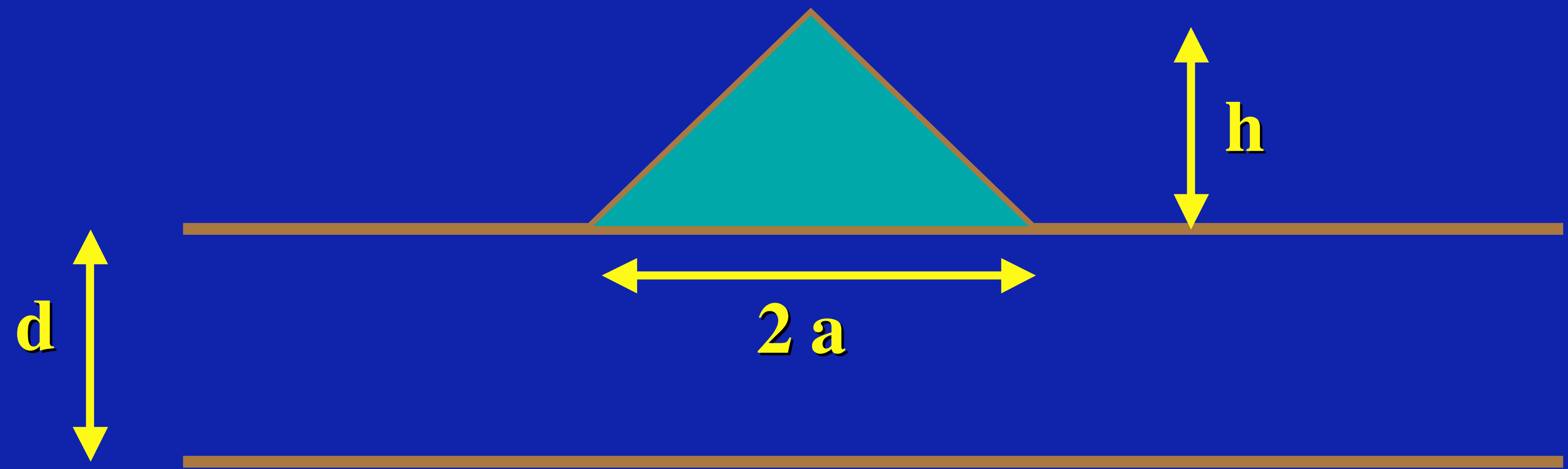
$$\boxed{\sum \vec{F} \approx \vec{0}}$$

a. CHARGES DE SURFACE ET CONTRAINTES INDUITES.

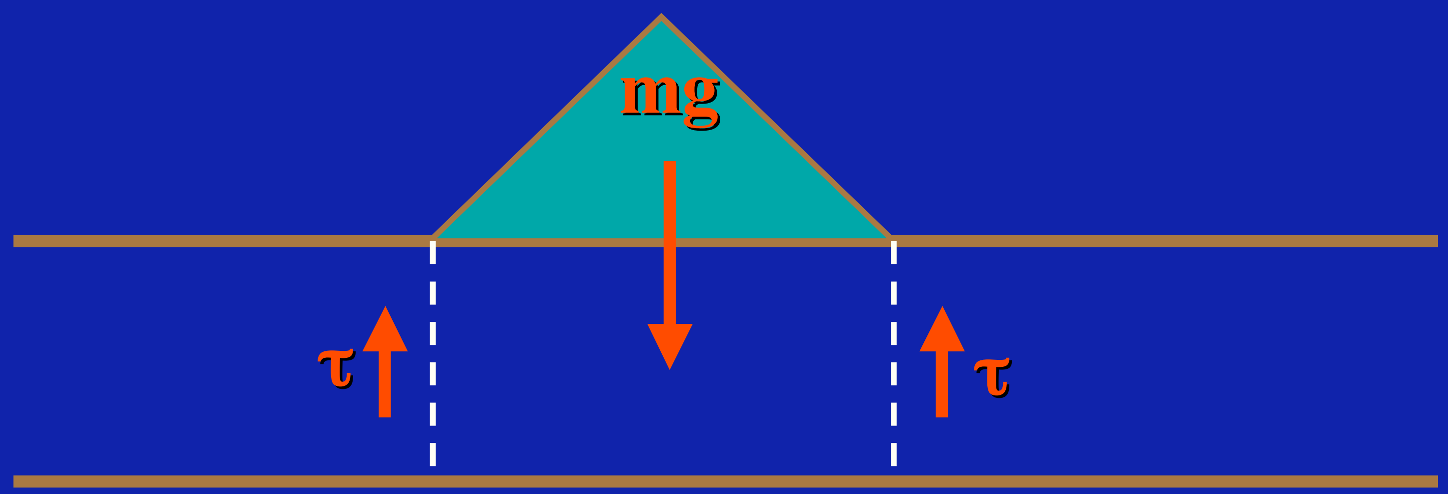
(édifice volcanique)



Mount St. Helens (U.S.A.)


h
d
2 a

Equilibre du système des forces:
poids de l'édifice + effort "tranchant" dans la lithosphère = 0



τ est la contrainte cisaillante induite dans la lithosphère,
qui s'applique sur une surface $S = 2 \pi a d$.
Note: on suppose que la base de la lithosphère ne fléchit pas
(pas de compensation isostatique).

Projetant les forces sur l'axe vertical:

$$- m\, g \;+\; \tau\, S \;=\; 0$$

$$\tau \;=\; \frac{mg}{S} \;=\; \frac{1/2\, \pi\, a^2\, h\, \rho\, g}{2\, \pi\, a\, d} \;=\; \frac{a}{4\, d}\; \rho\, g\, h$$

$\tau \nearrow$ quand $a \nearrow$, $h \nearrow$ (taille de l'édifice)

$\tau \searrow$ quand $d \nearrow$ (épaisseur de la lithosphère)

Projetant les forces sur l'axe vertical:

$$- m g + \tau S = 0$$

$$\tau = \frac{mg}{S} = \frac{1/2\, \pi\, a^2\, h\, \rho\, g}{2\, \pi\, a\, d} = \frac{a}{4\, d}\, \rho\, g\, h$$

Pression
à la base
de l'édifice

$$\tau = \frac{mg}{S} = \frac{1/2\, \pi\, a^2\, h\, \rho\, g}{2\, \pi\, a\, d} = \frac{a}{4\, d}\, \rho\, g\, h$$

Application numérique:

$\rho = 2\ 10^3$ kg m^{-3}

h = 4 km

a = 40 km

d = 100 km

$\tau = 80\ 10^5$ Pa (80 bars)
(inférieur au seuil de rupture)

Edifice volcanique <u>sous l'eau</u>

La surcharge est **<u>plus faible</u>** car il faut tenir compte de l'état initial avec l'eau:

La surcharge est : $m' g = 1/2 \, \pi \, a^2 \, h \, (\rho - \rho_{eau}) \, g$

$$\tau = \frac{mg}{S} = \frac{1/2\,\pi\,a^2\,h\,\rho\,g}{2\,\pi\,a\,d} = \frac{a}{4\,d}\,\rho\,g\,h$$

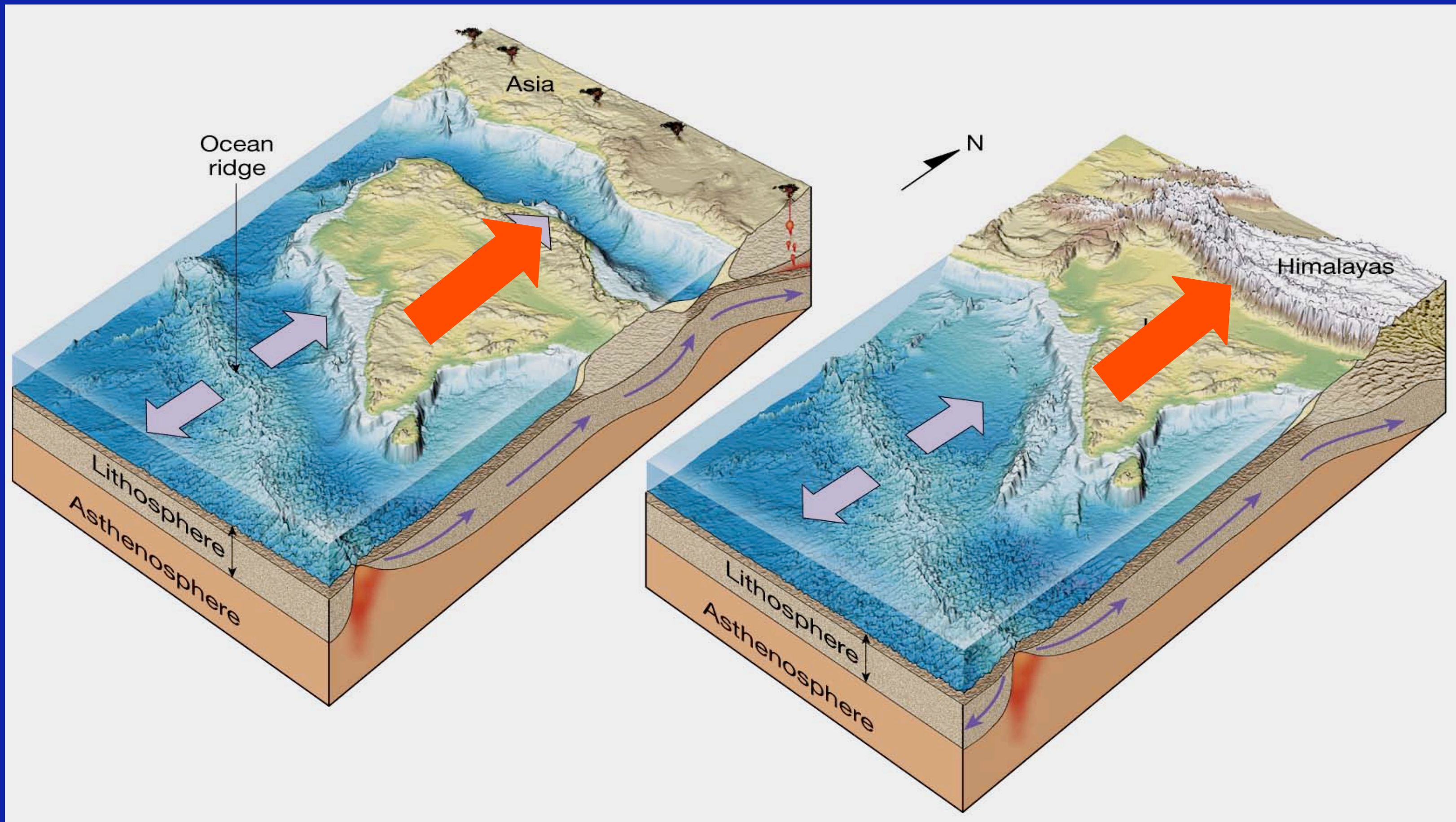
$\tau \nearrow$ quand $a \nearrow$

Pour les grands reliefs (a > ≈ 100 km), l'équilibre décrit ci-dessus n'est plus possible: la valeur de **τ** ne peut dépasser la résistance mécanique des roches.

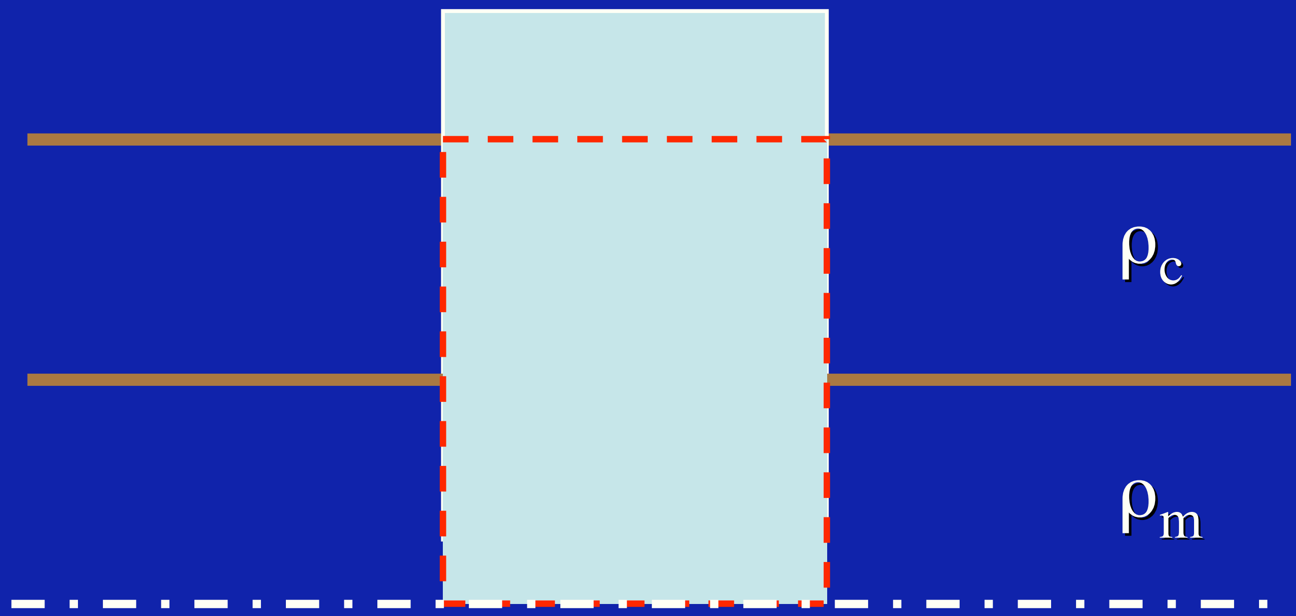
Il faut une force de rappel supplémentaire.

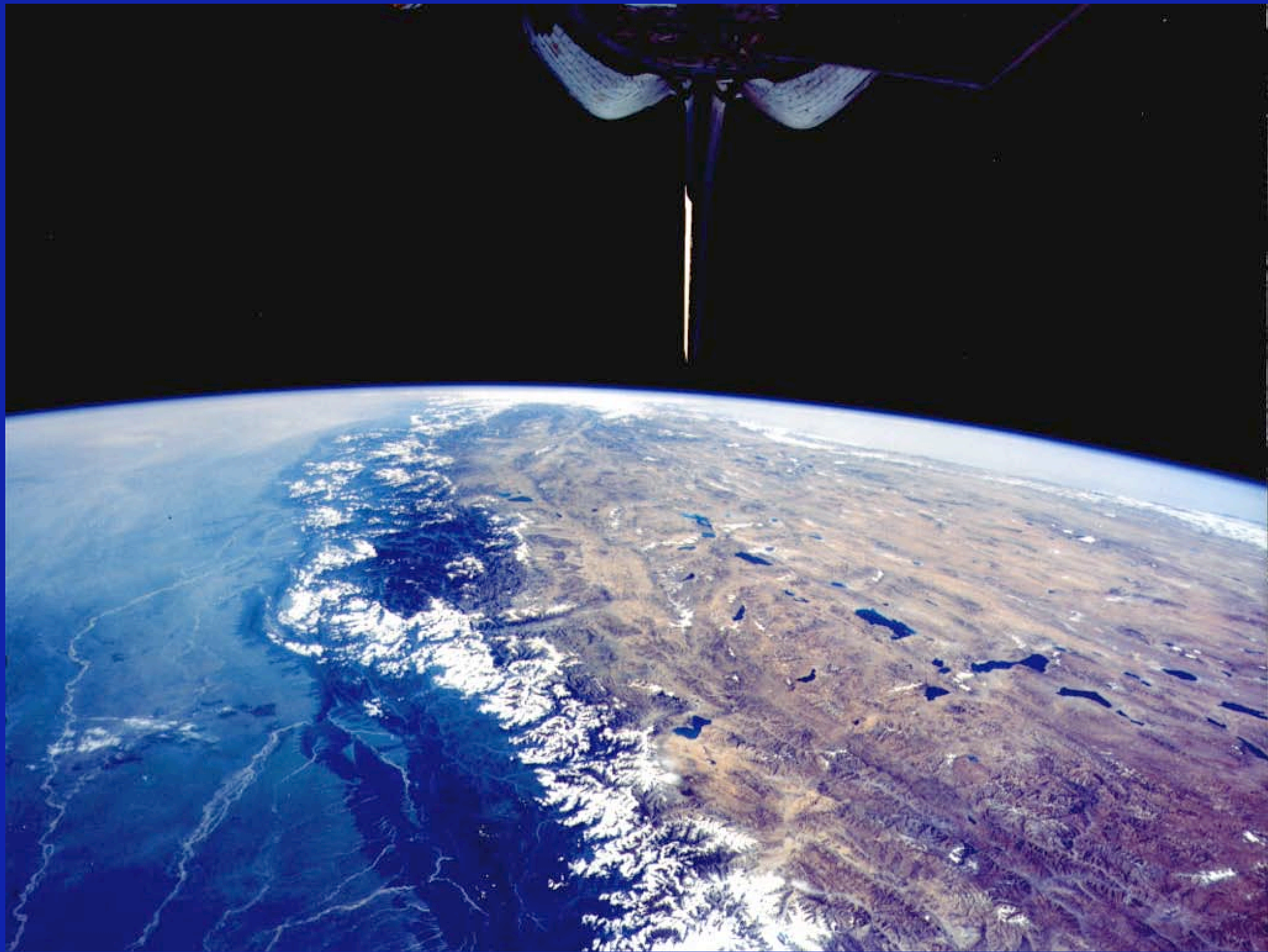
Dans ce cas, la lithosphère fléchit et on tend vers l'équilibre isostatique (réalisé pour a >≈ 400 km).

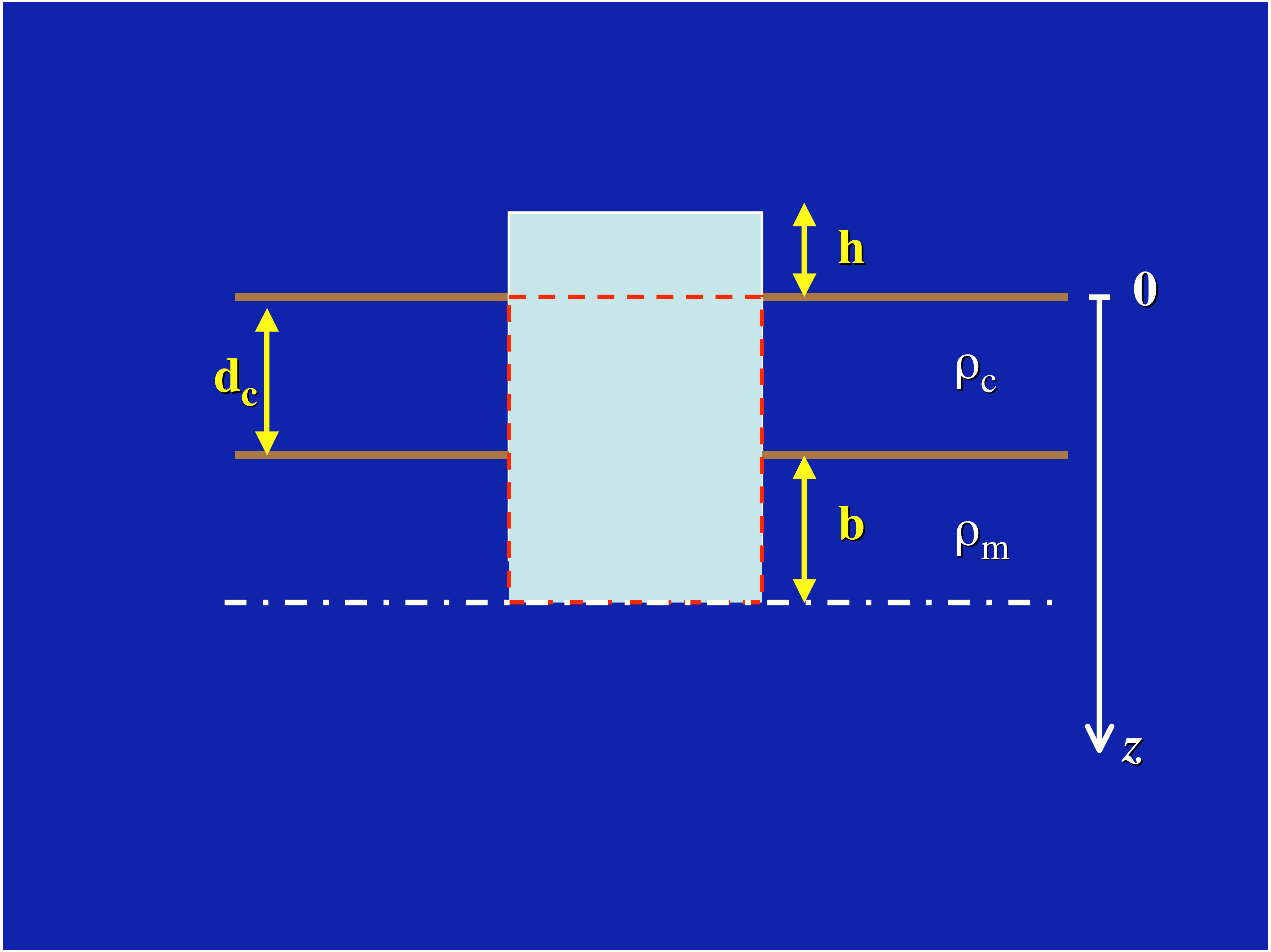
b. Forces tectoniques.



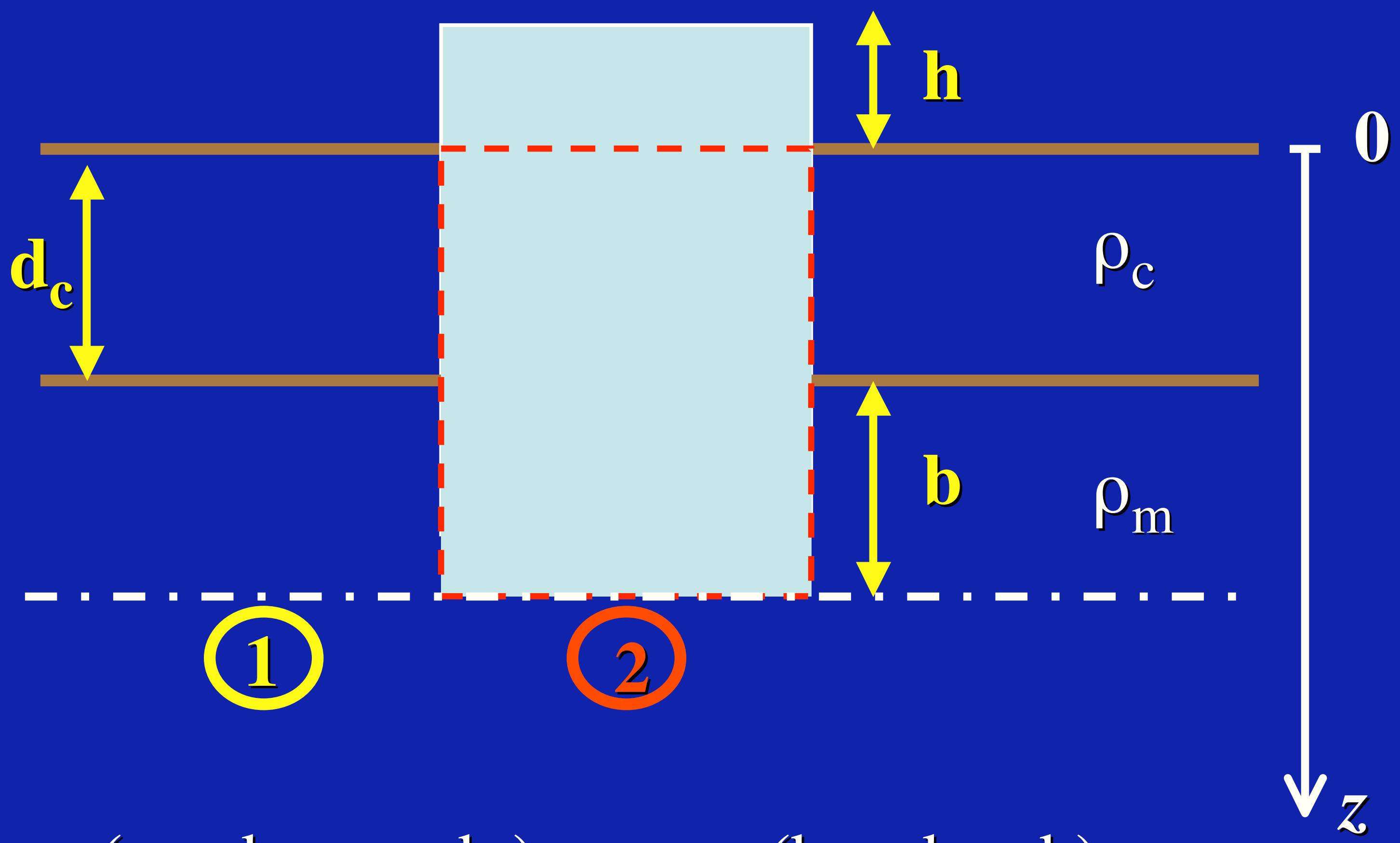
Chaînes de montagnes :
équilibre isostatique et poussée tectonique.






h
0
d_c
ρ_c
b
ρ_m
z

Egalité des pressions à la base des colonnes (1) et (2)



$$(\rho_c d_c + \rho_m b) g = \rho_c (h + d_c + b) g$$

$$(\rho_c d_c + \rho_m b) g = \rho_c (h + d_c + b) g$$

$$(\rho_m - \rho_c) b = \rho_c h$$

$$\boxed{b = h \frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c}}$$

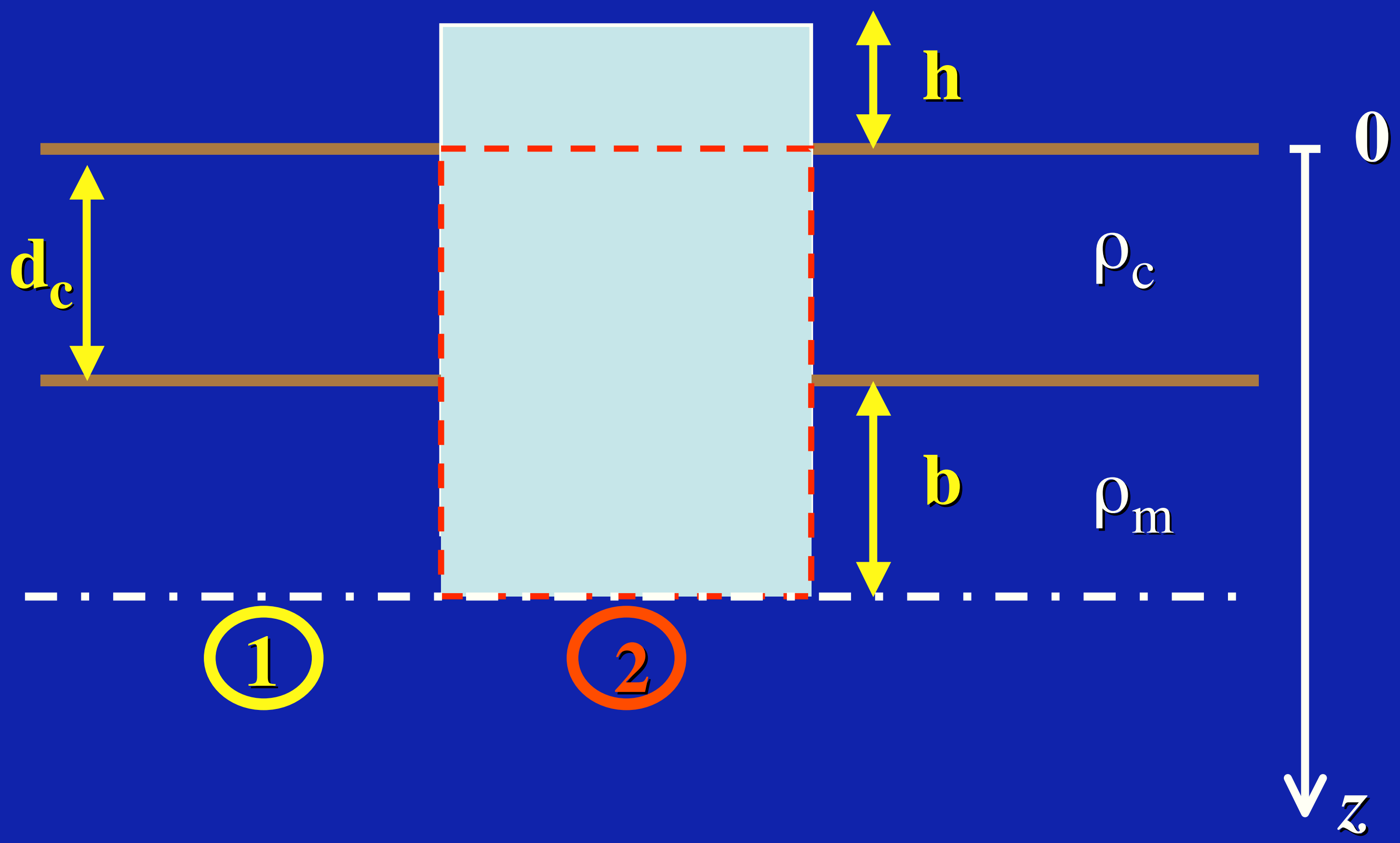
$$b = h \frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c}$$

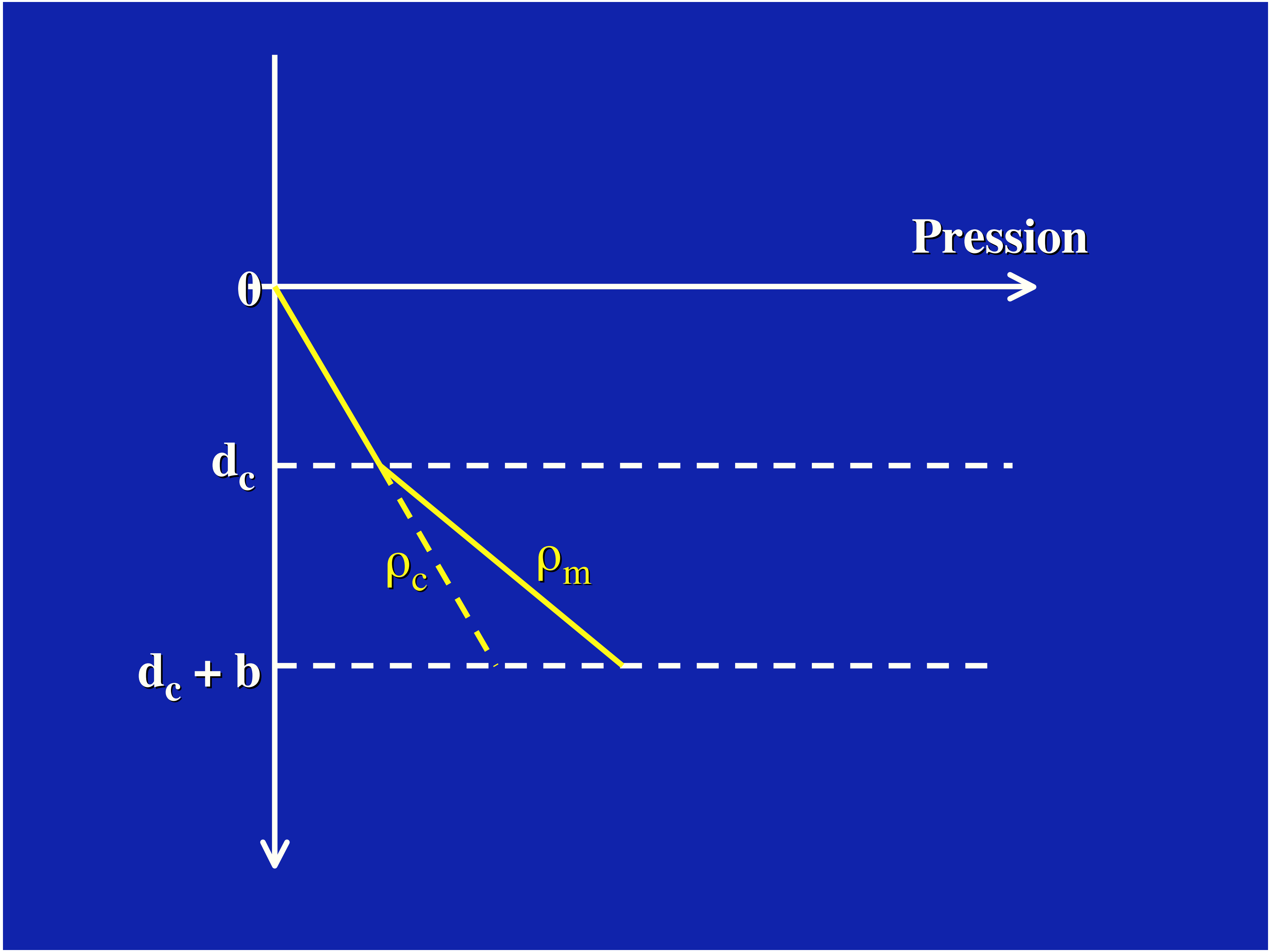
ATTENTION :

CETTE RELATION TRADUIT L'EQUILIBRE DES FORCES VERTICALES SEULEMENT.

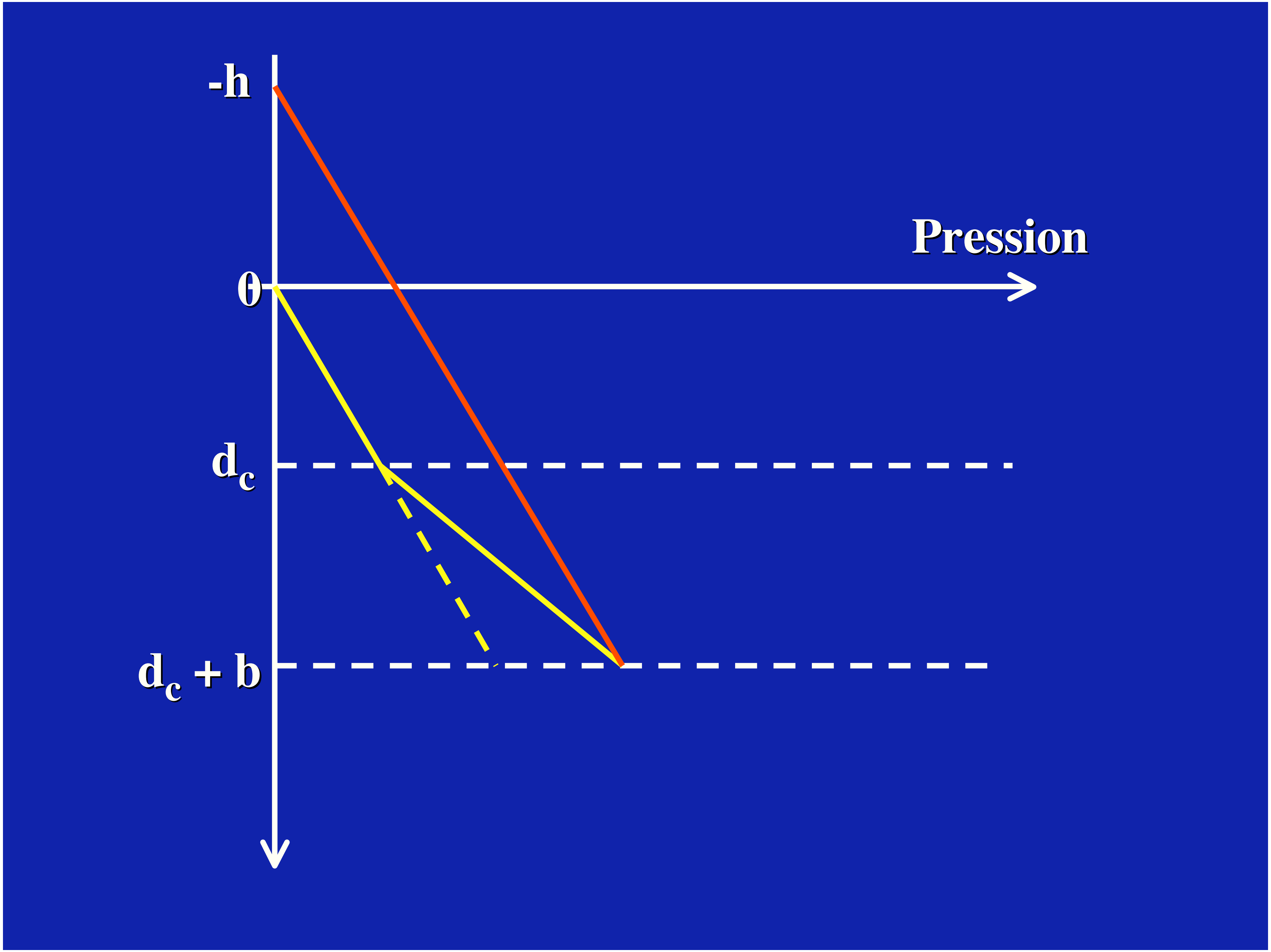
QUID DES FORCES HORIZONTALES ???

Profils verticaux de la pression en (1) et en (2)

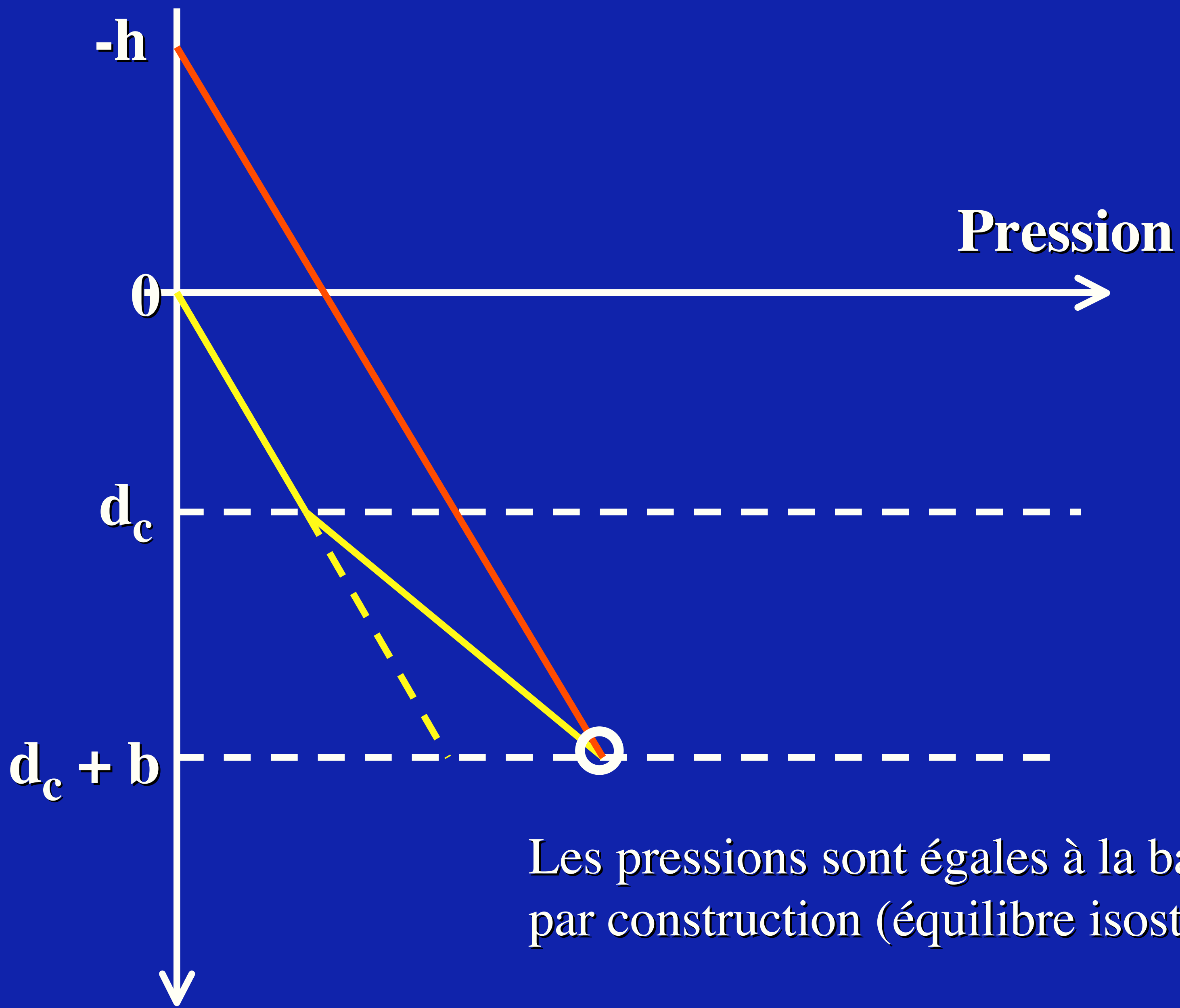




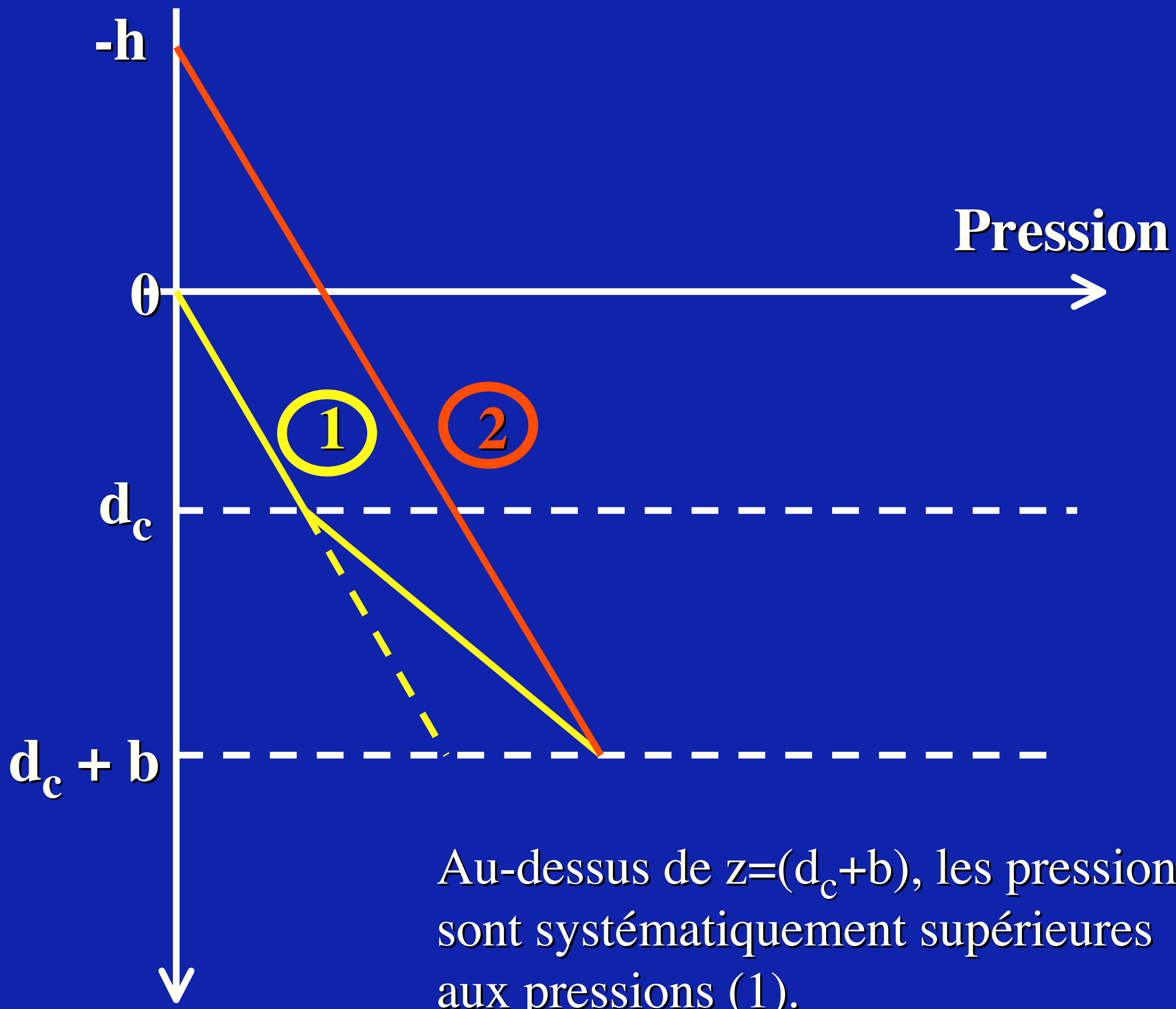
Pression
0
d_c
ρ_c
ρ_m
$d_c + b$



-h
Pression
0
d_c
$d_c + b$

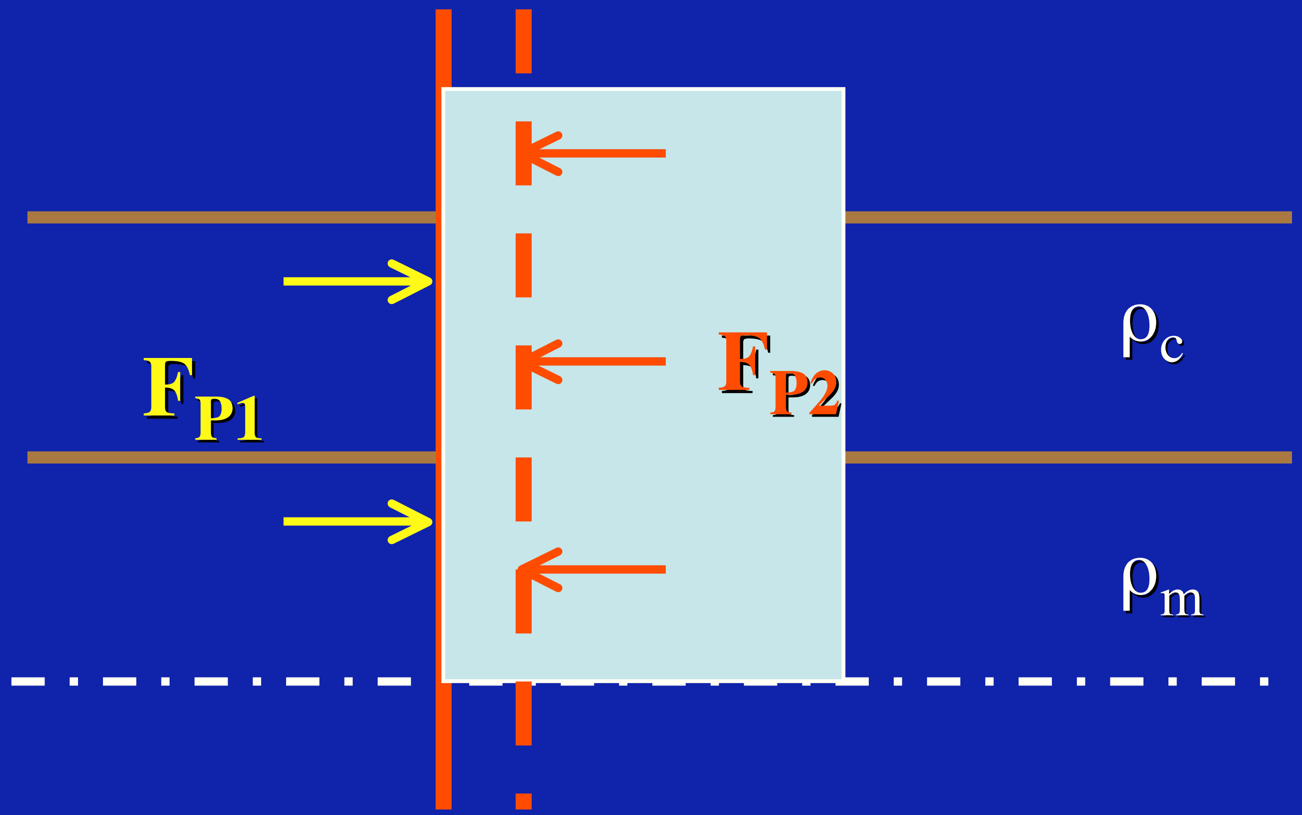


Les pressions sont égales à la base
par construction (équilibre isostatique)

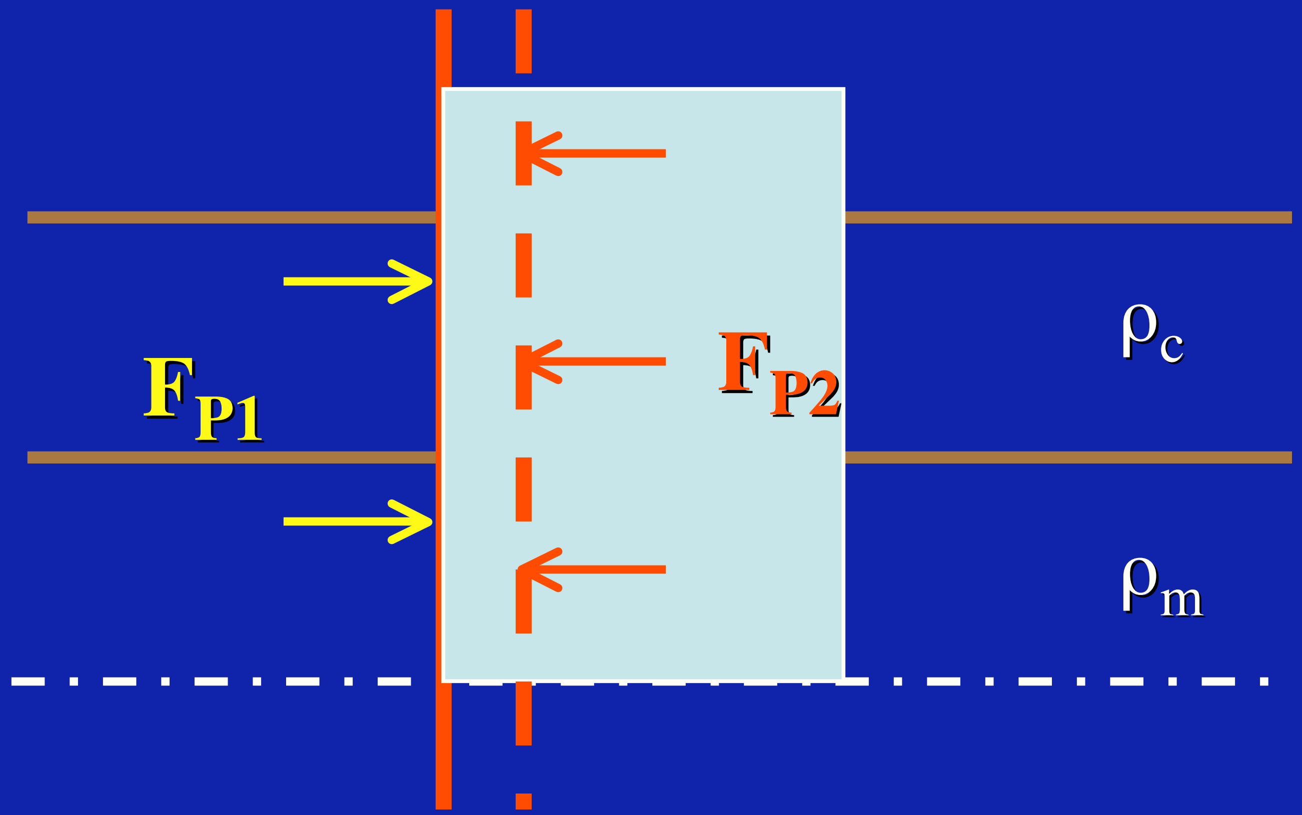


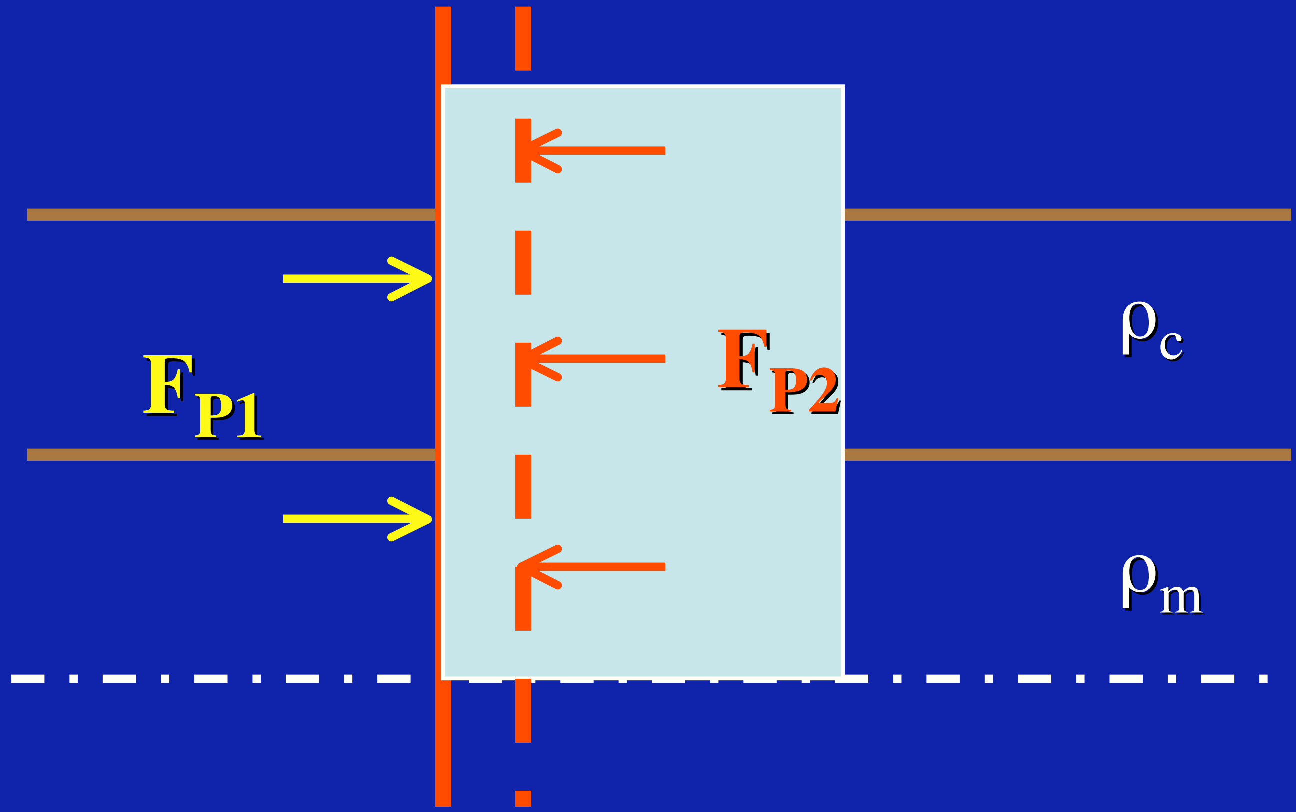
Au-dessus de $z=(d_c+b)$, les pressions (2) sont systématiquement supérieures aux pressions (1).

La pression exerce une force normale à toute surface.



La pression exerce une force normale à toute surface: forces horizontales sur une interface verticale.

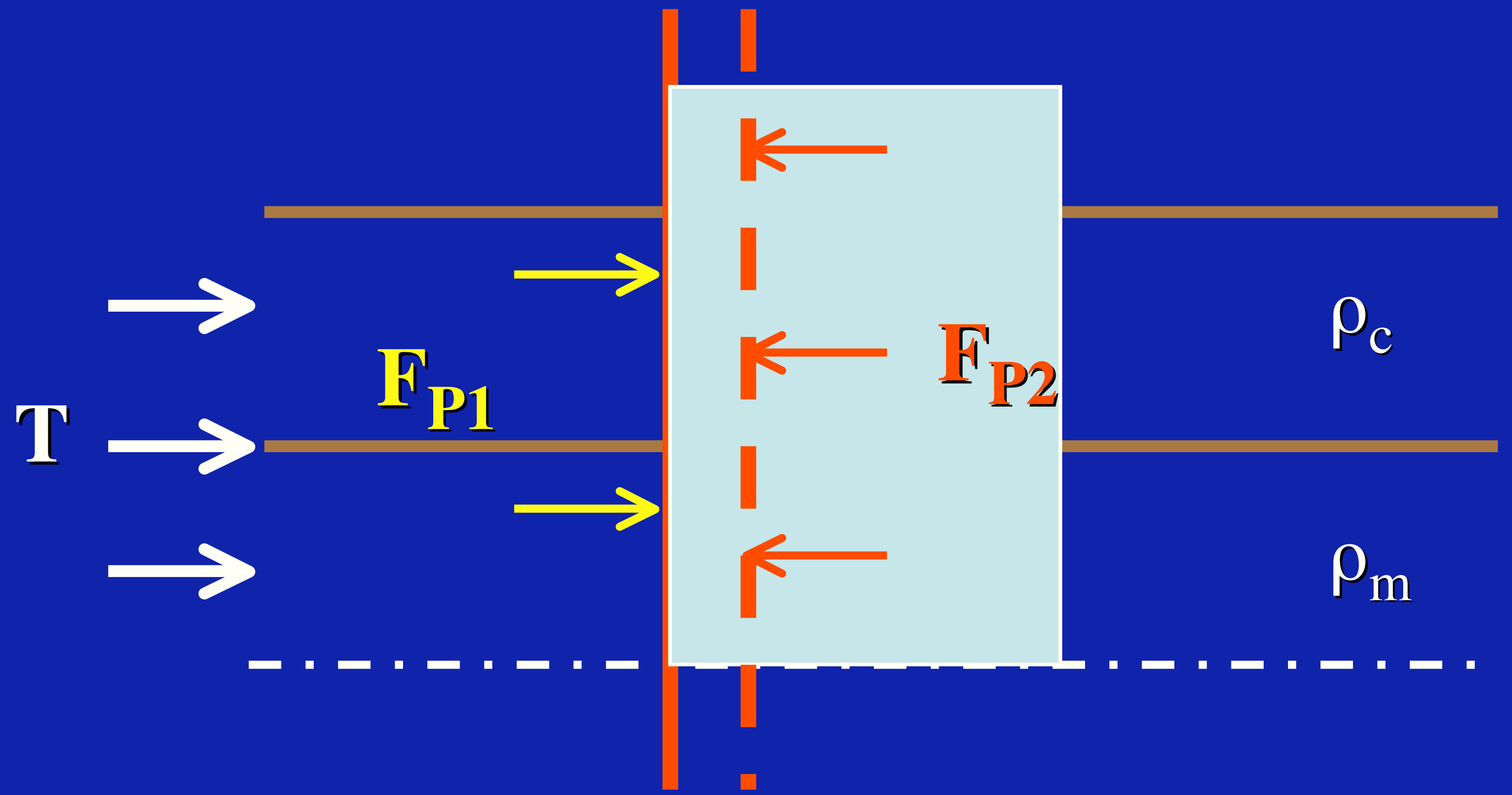


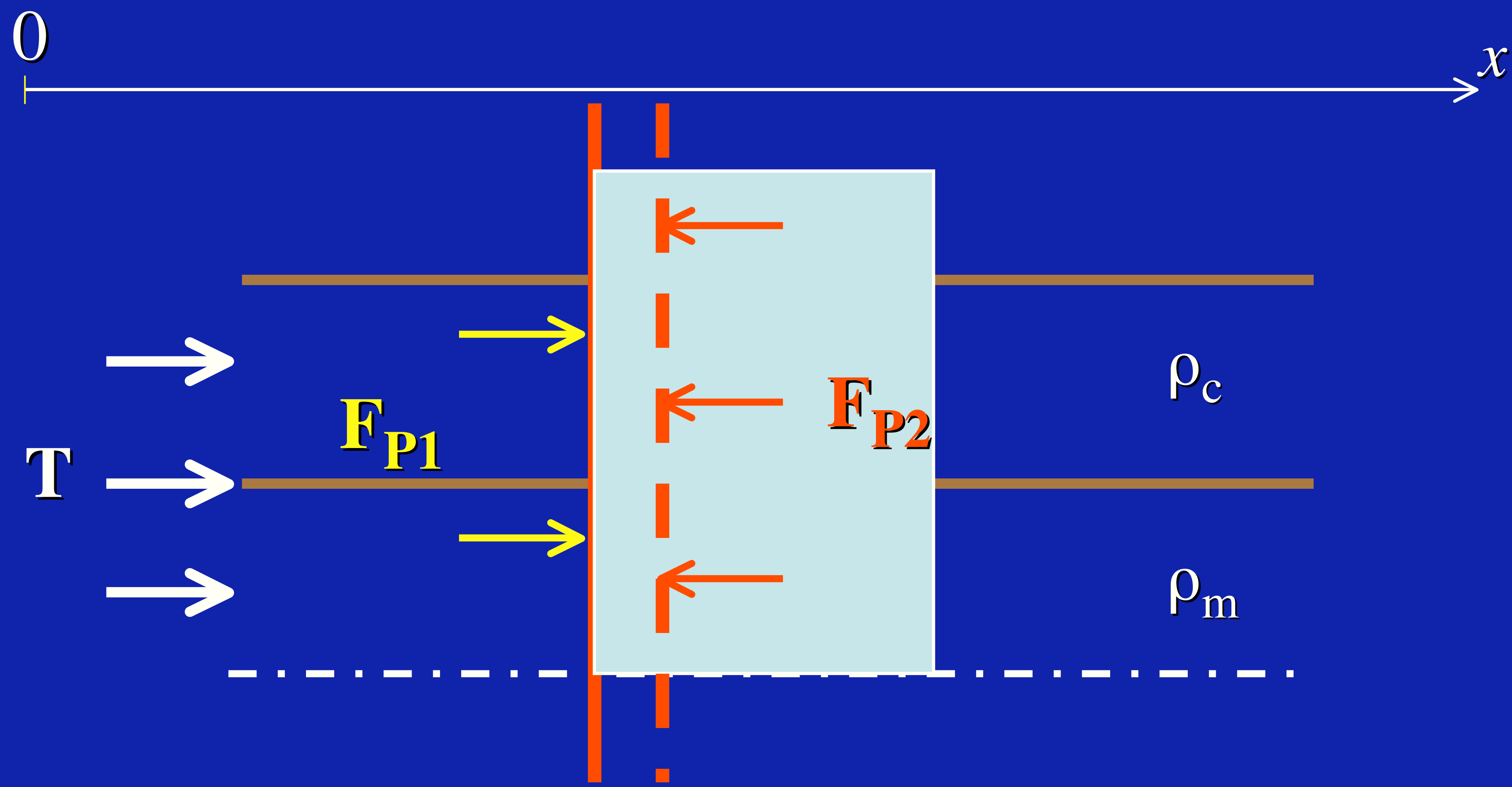


On a évidemment $F_{P2} > F_{P1}$.

Il manque une force pour respecter la condition d'équilibre.

La force manquante : la poussée tectonique T !





On écrit l'équilibre horizontal (projection selon 0x):

$$T + F_{P1} - F_{P2} = 0$$

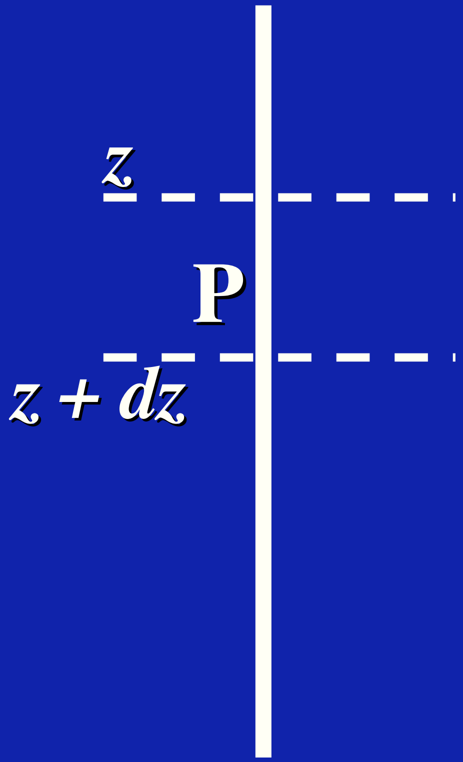
La relation d'équilibre

$$T + F_{P1} - F_{P2} = 0$$

permet de calculer la poussée tectonique T (> 0):

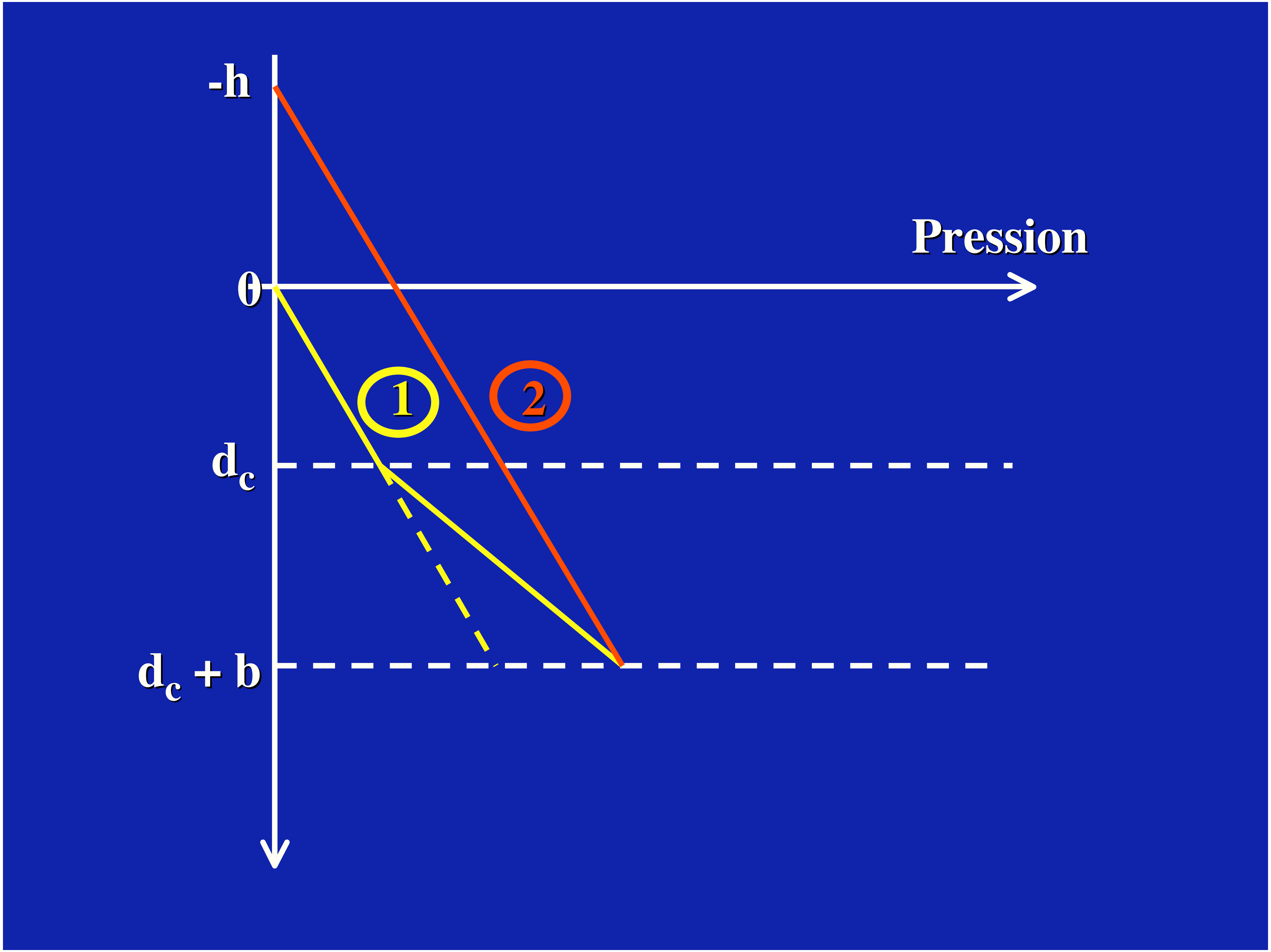
$$\boxed{T = F_{P2} - F_{P1}}$$

Calcul des forces F_{P1} et F_{P2}.



Face verticale sur une longeur L,
entre les côtes (z) et (z+dz):

dF = (contrainte) x (surface) = P(z) L dz.


-h
Pression
0
1
2
d_c
$d_c + b$

Sur la colonne (2)

$$P(z) = \rho_c\, g\, (z + h) \qquad \text{pour} \qquad -h < z < d_c+b$$

$$dF_{P2} = P(z)\, L\, dz$$

$$F_{P2} = \int_{-h}^{d_c+b} \rho_c\, (z + h)\, g\, L\, dz$$

$$= \rho_c\, L\, g \int_{-h}^{d_c+b} (z + h)\, dz$$

$$= \rho_c\, L\, g \left[\frac{(z+h)^2}{2}\right]_{-h}^{d_c+b}$$

$$= (1/2)\, \rho_c\, L\, g \left(h+d_c+b\right)^2$$

Sur la colonne (1)

$$P(z) = \rho_c\, g\, z \qquad \text{pour} \qquad 0 < z < d_c$$

$$P(z) = \rho_c\, g\, d_c + \rho_m\, g\, (z - d_c) \qquad \text{pour} \qquad d_c < z < d_c + b$$

$$F_{P1} = L \left\{ 1/2\, \rho_c\, g\, d_c^{\,2} + \rho_c\, g\, d_c\, b + 1/2\, \rho_m\, g\, b^2 \right\}$$

$$\mathbf{T = F_{P2} - F_{P1}}$$

En utilisant la relation entre b et h:

$$F_{P2} - F_{P1} = L \frac{\rho_c \, g \, h}{2} \left\{ 2\, dc + h \frac{\rho_m}{\rho_m - \rho_c} \right\}$$

(Note : la différence est nulle pour h=0).

Application numérique:

$\rho_c = 2700$ kg m^{-3} $\rho_m = 3000$ kg m^{-3}

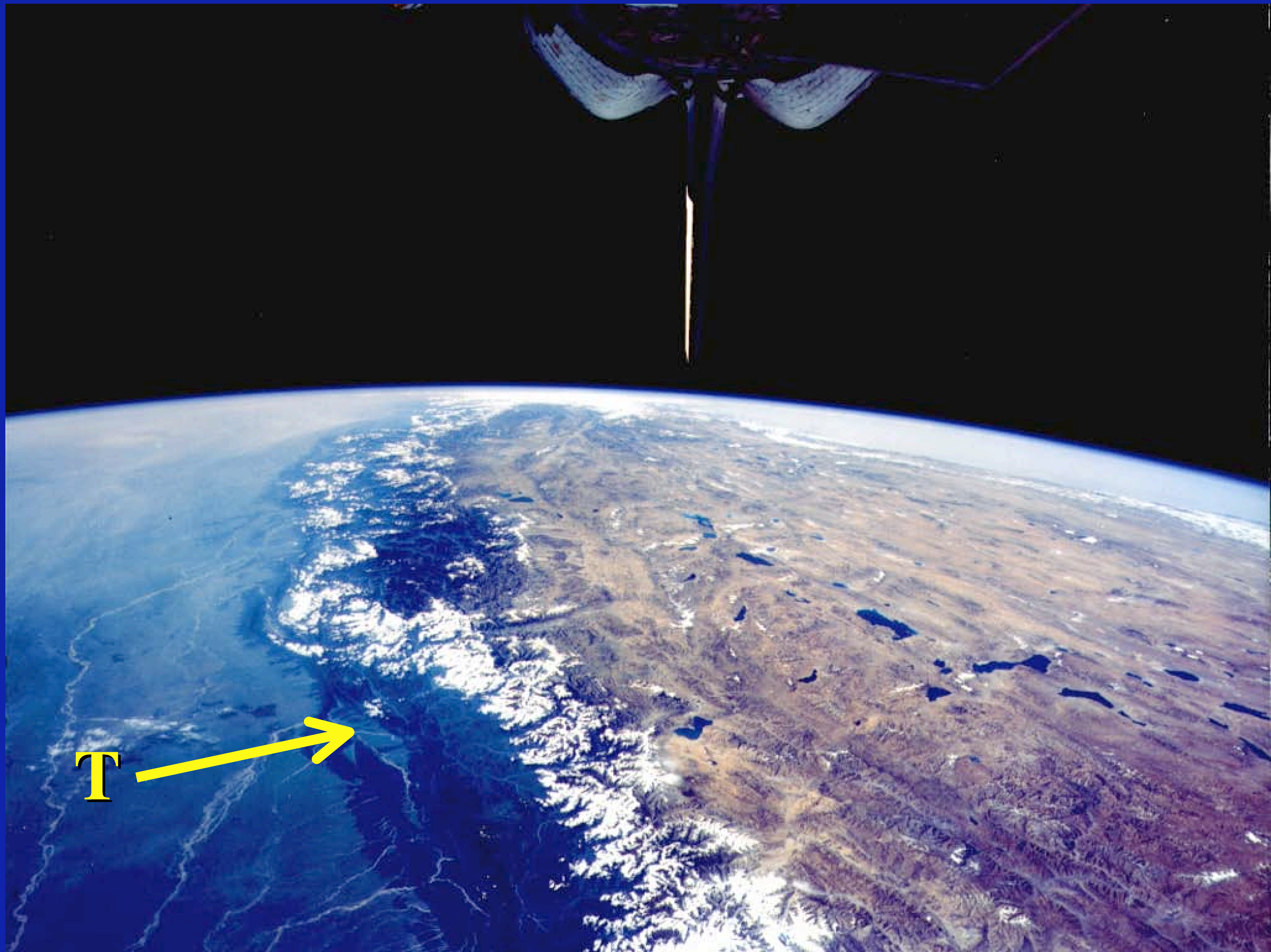
h = 4 km (altitude moyenne du plateau Tibétain)

T /L = $6.5\ 10^{12}$ N m^{-1} (par unité de longueur de chaîne)

Cette force résulte d'une contrainte appliquée τ
sur toute l'épaisseur H de la lithosphère.

$T = \tau\ (L\ H)$.

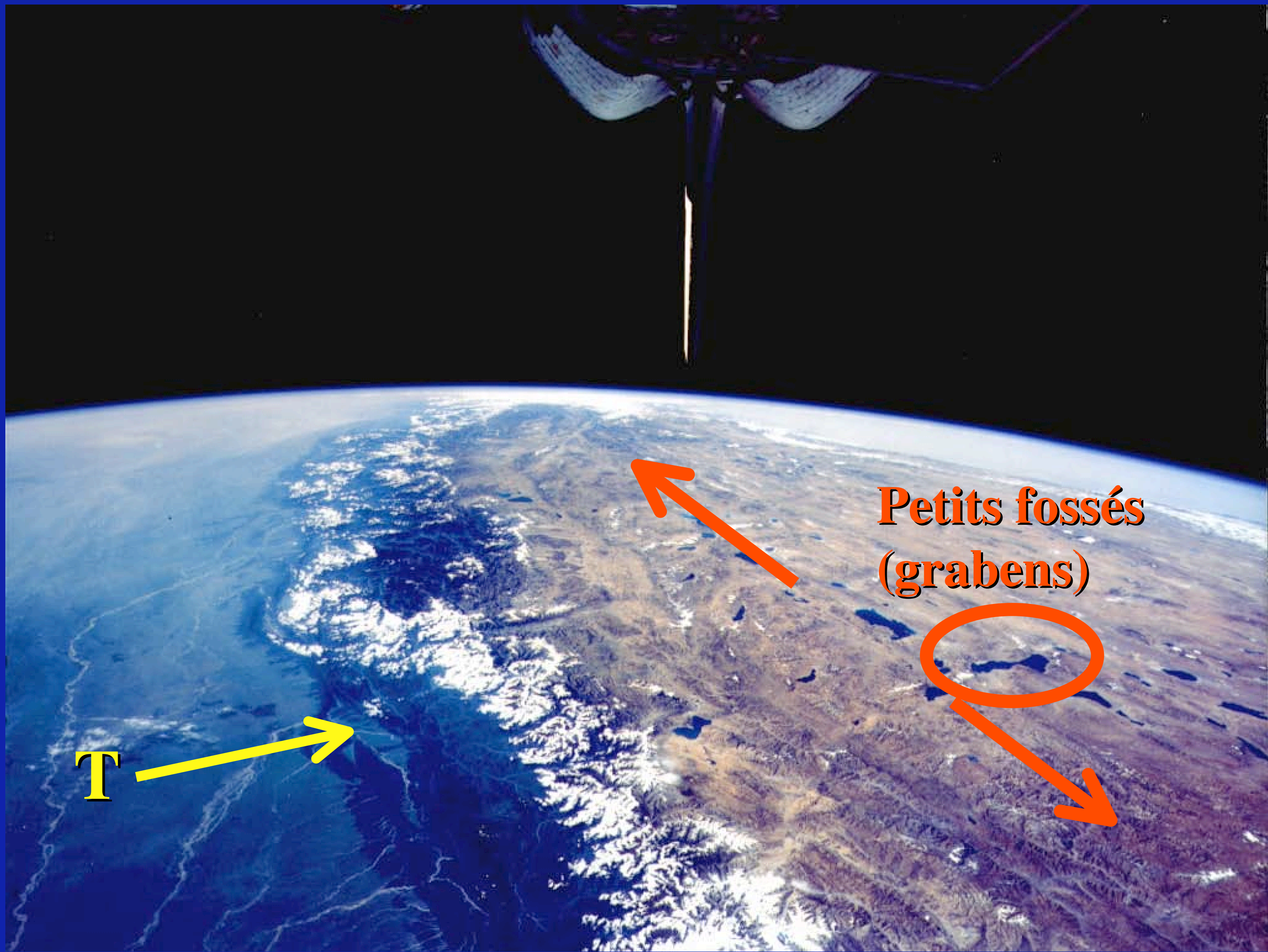
$\tau = 6.5\ 10^{7}$ Pa (650 bars) pour H = 100 km.

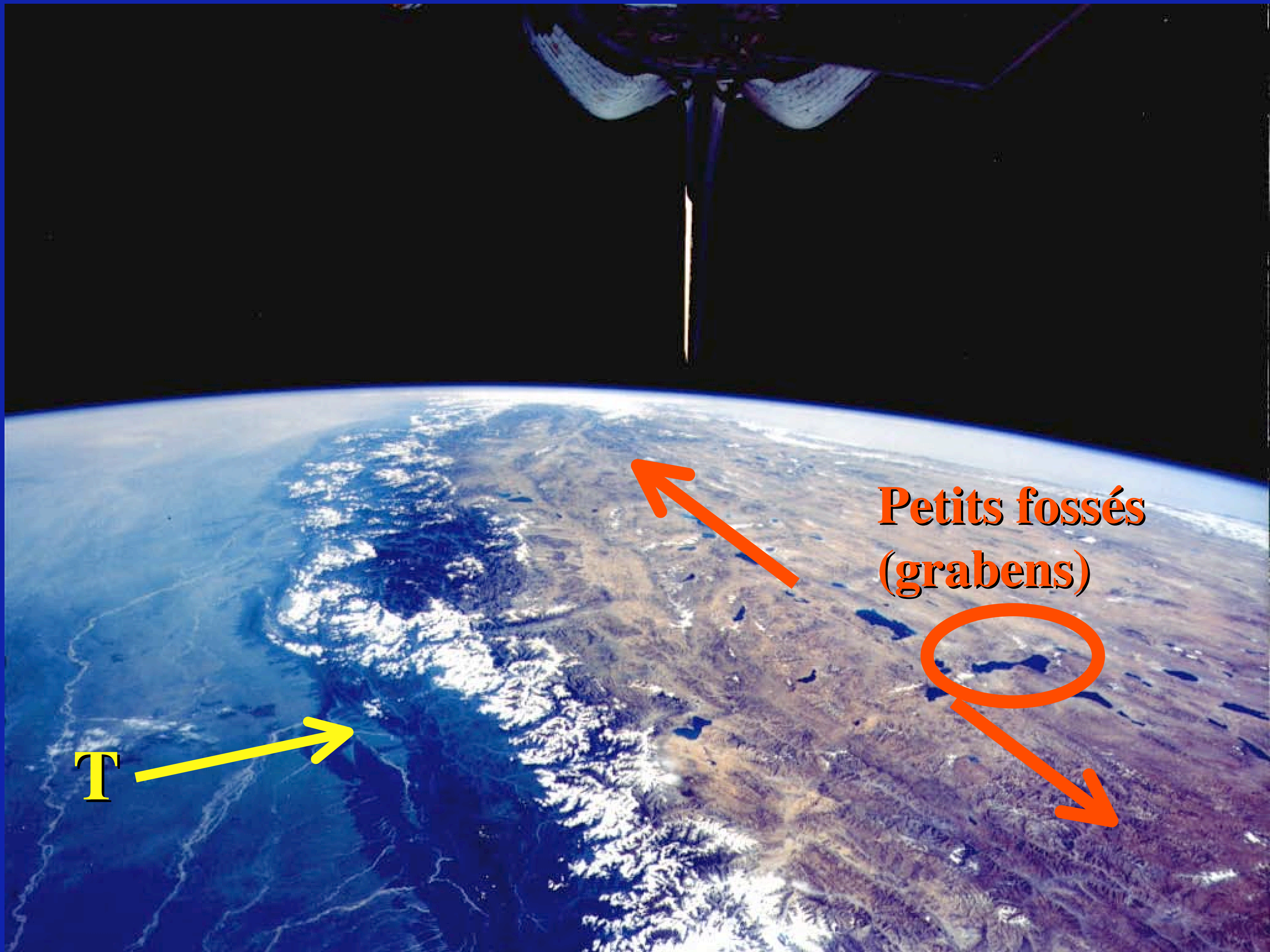

T


ET DANS L'AUTRE DIRECTION HORIZONTALE ?
T


ET DANS L'AUTRE DIRECTION HORIZONTALE ?
PAS DE POUSSEE TECTONIQUE .
DONC DEFORMATION ACTIVE .
T

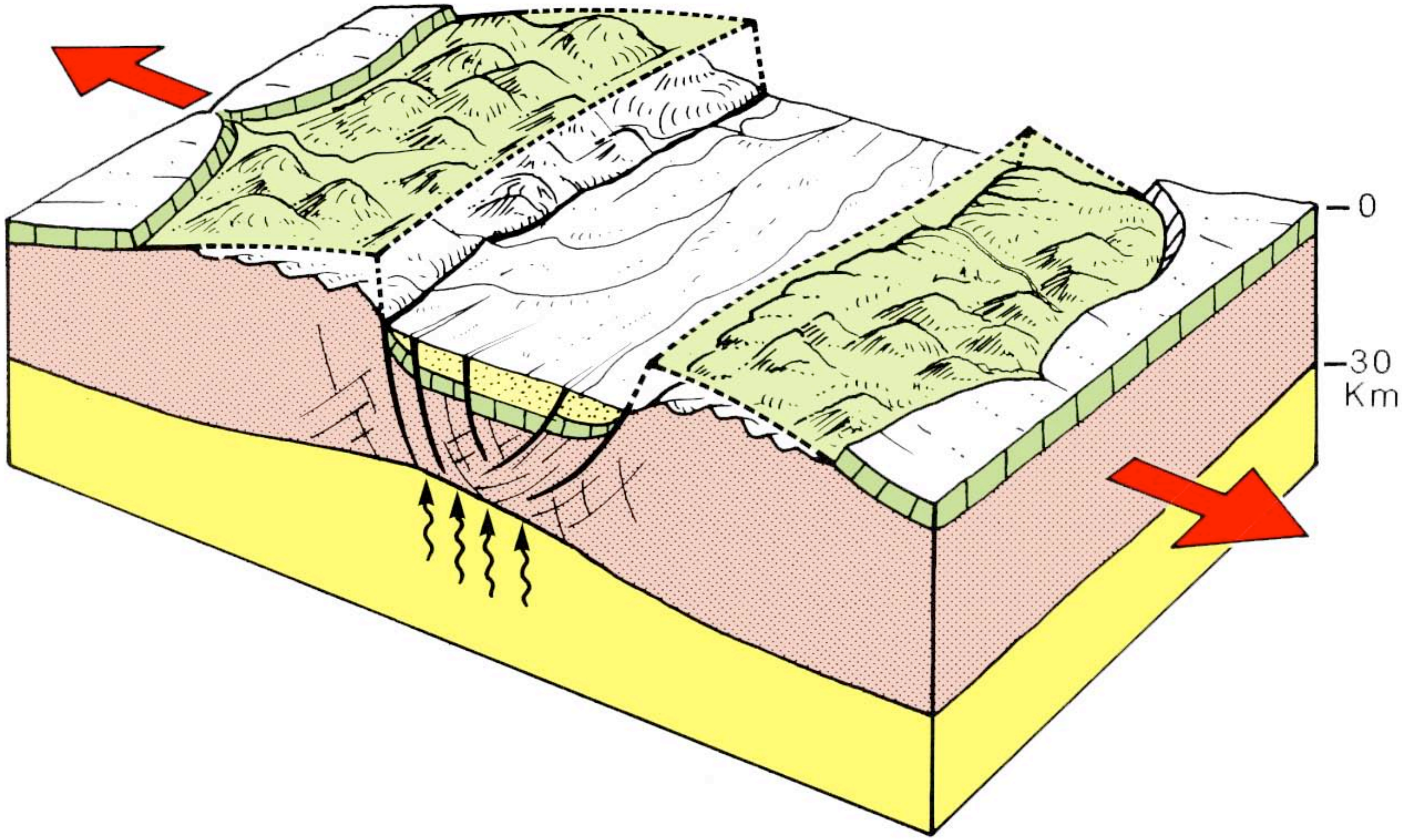

ET DANS L'AUTRE DIRECTION HORIZONTALE ?
EXTENSION.
T


Petits fossés
(grabens)
T

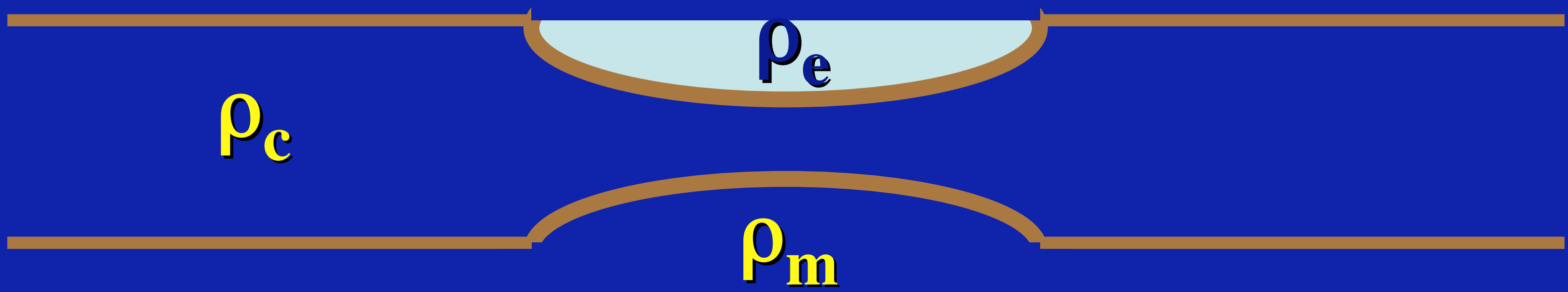


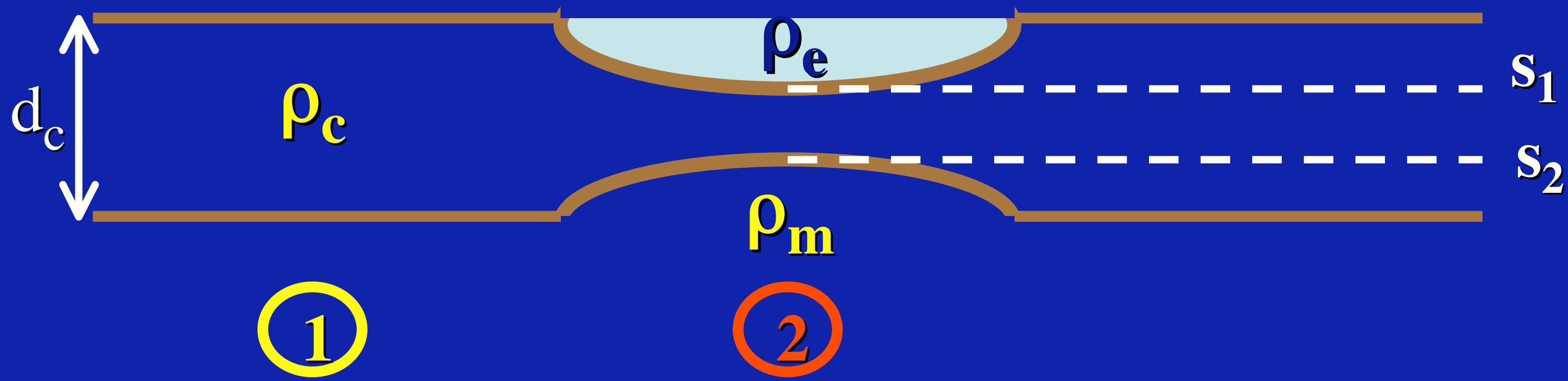
+ failles normales (tremblements de terre).

Extension continentale (sans relief initial).

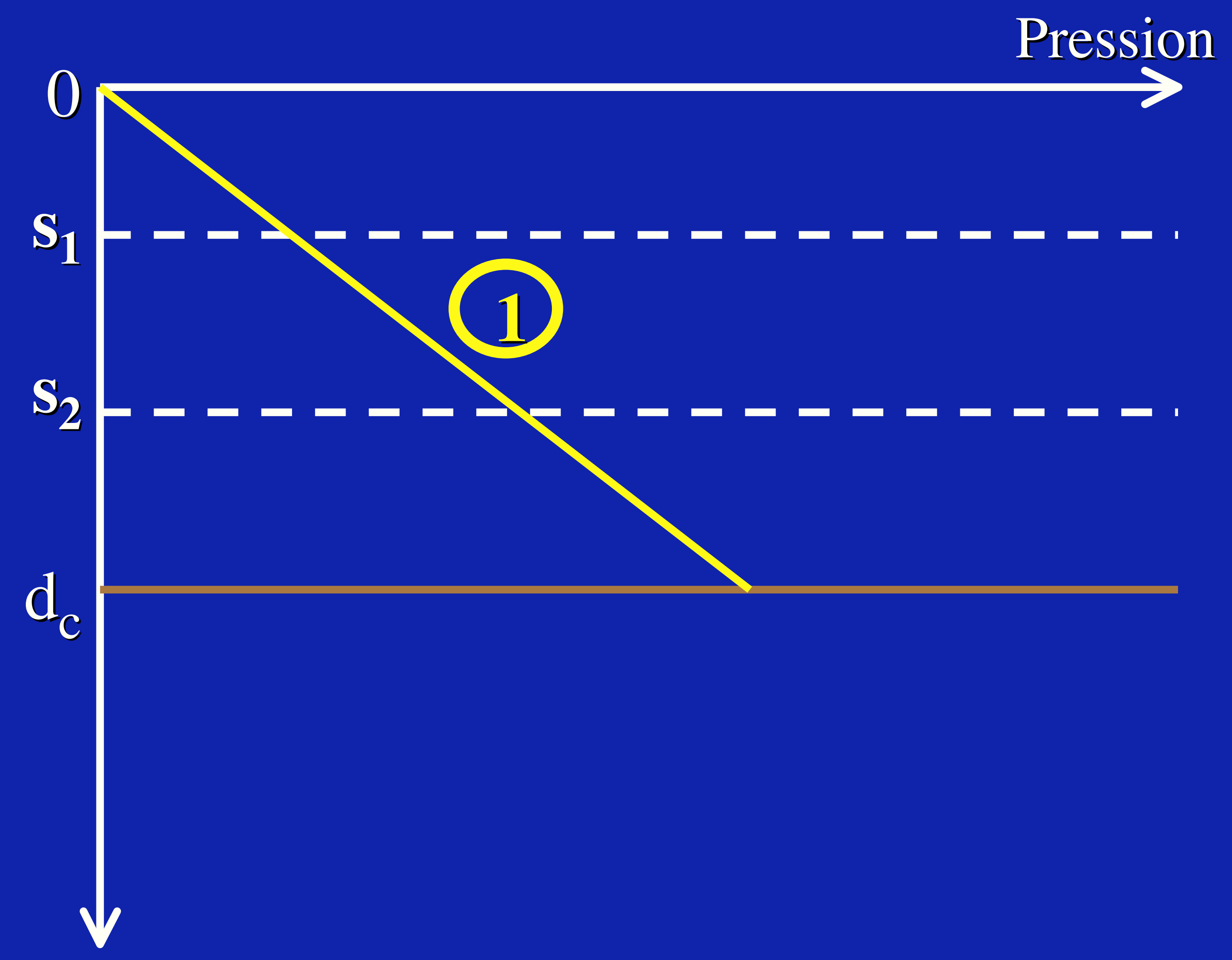


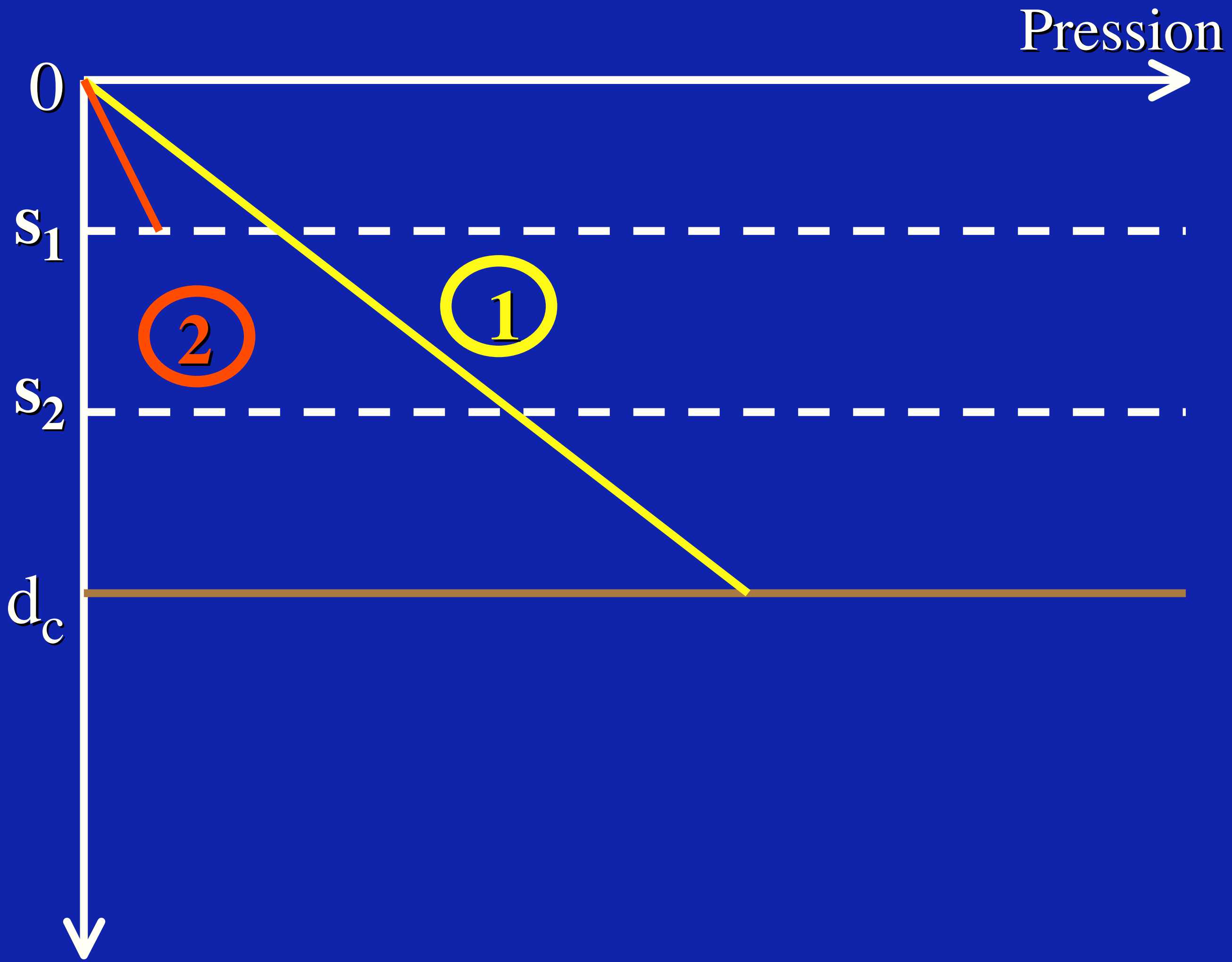
Même raisonnement pour déterminer la force tectonique nécessaire.



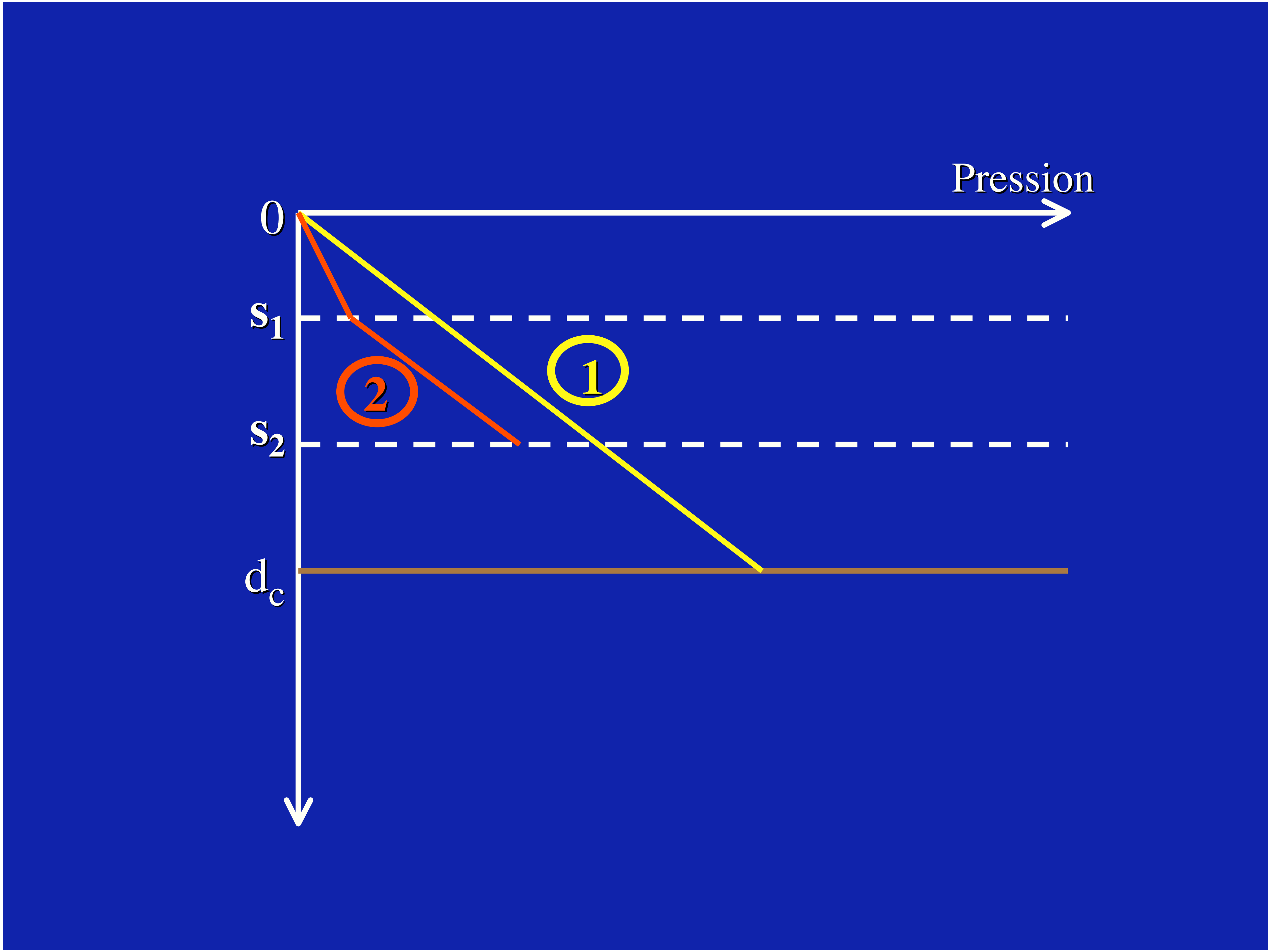


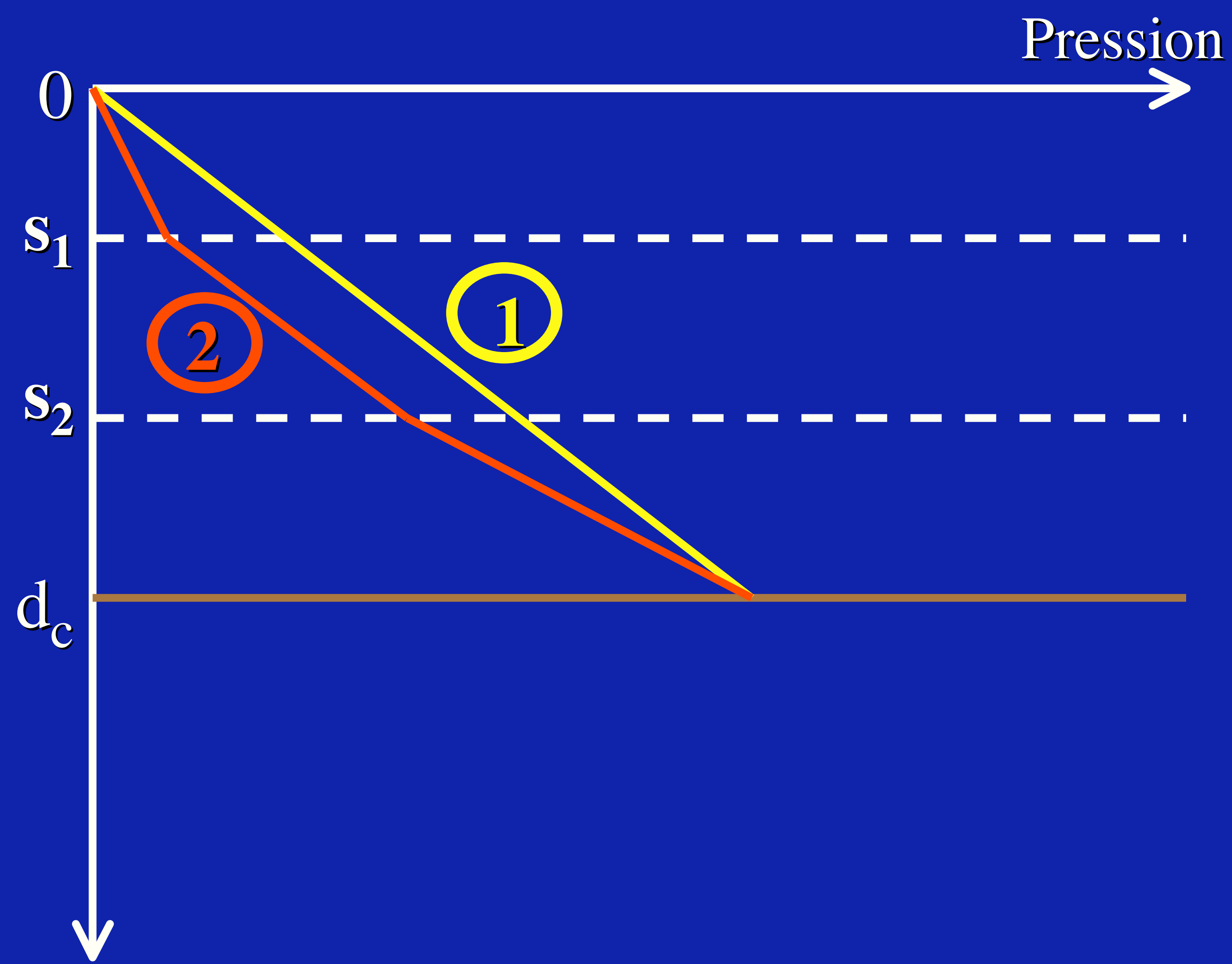
Forces horizontales en (1) et (2).

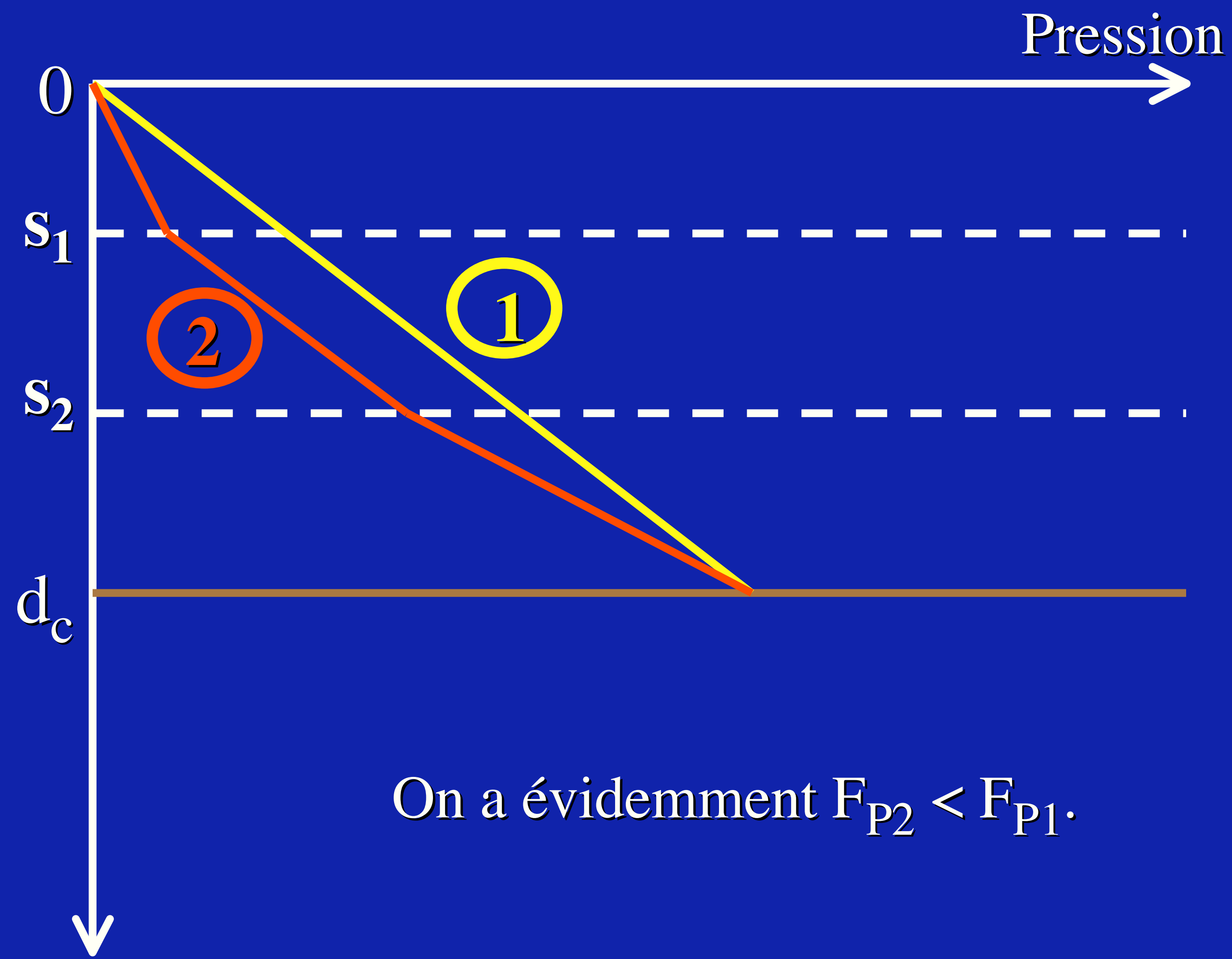

Pression
0
s1
1
s2
dc



Pression
0
s_1
s_2
d_c
1
2

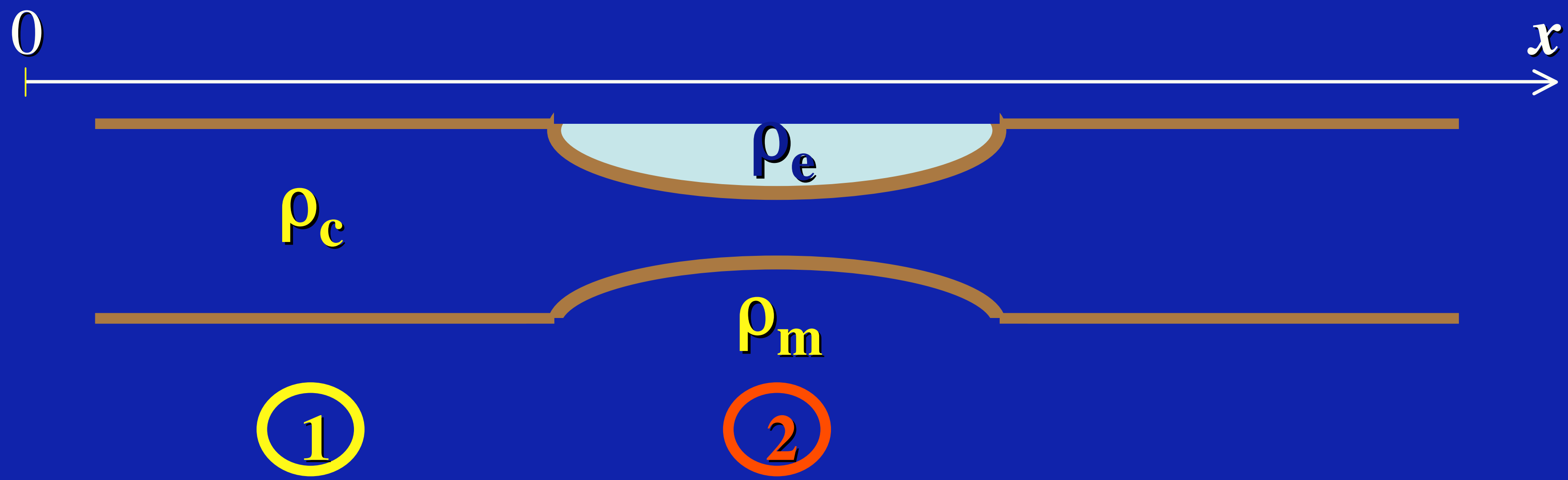

Pression
0
s_1
s_2
d_c
1
2


Pression
0
s1
s2
dc
1
2



On a évidemment $F_{P2} < F_{P1}$.

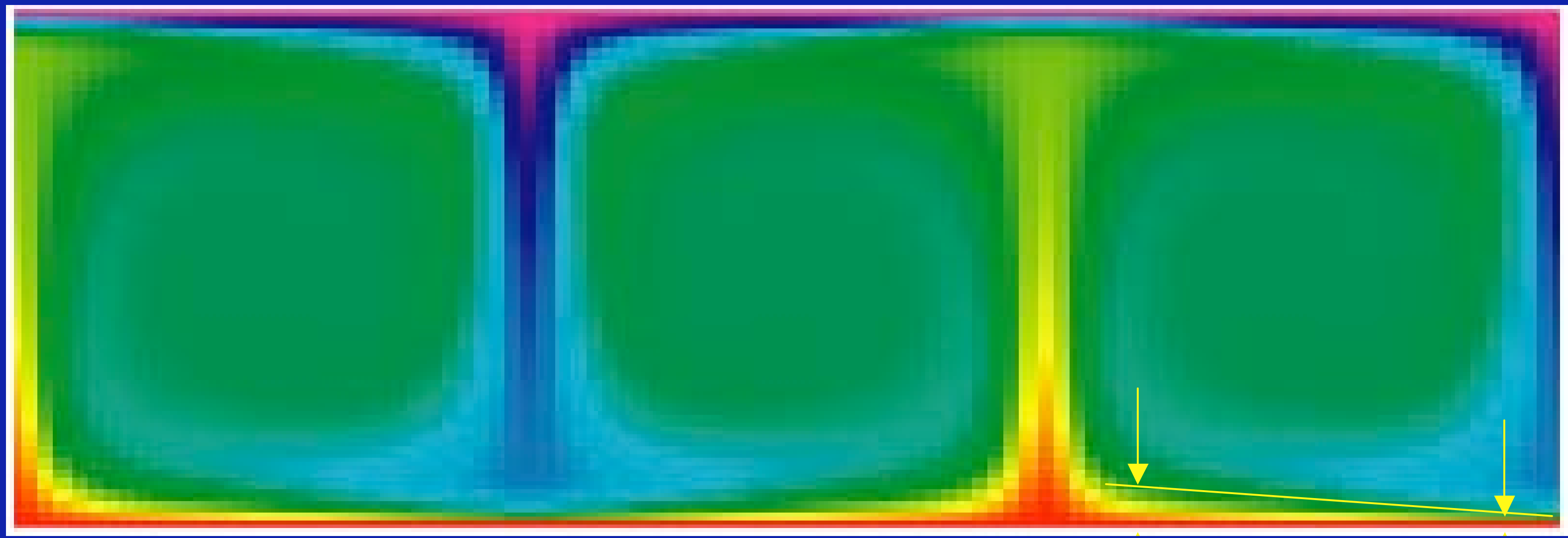
Forces horizontales:



Projetant sur 0x: $T + F_{P1} - F_{P2} = 0$,

$$\mathbf{T = F_{P2} - F_{P1} < 0}$$ **: tension.**

c. VITESSES CONVECTIVES.



Effet moteur : différences de densité dans un champ de pesanteur.
Effet résistant : frottement visqueux.

Equation d'état des roches du manteau terrestre
(spécifie comment varie la densité en fonction de P et T):

$\rho = \rho_o [\ 1 - \alpha (T - T_o)]$

α = coefficient de dilatation thermique = $3\ 10^{-5}\ K^{-1}$

ρ_o = densité à $T=T_o$ (varie avec la pression, mais faiblement)

Variations de densité dûes à des variations de température:
$\Delta\rho = - \rho_o \, \alpha \, \Delta T$

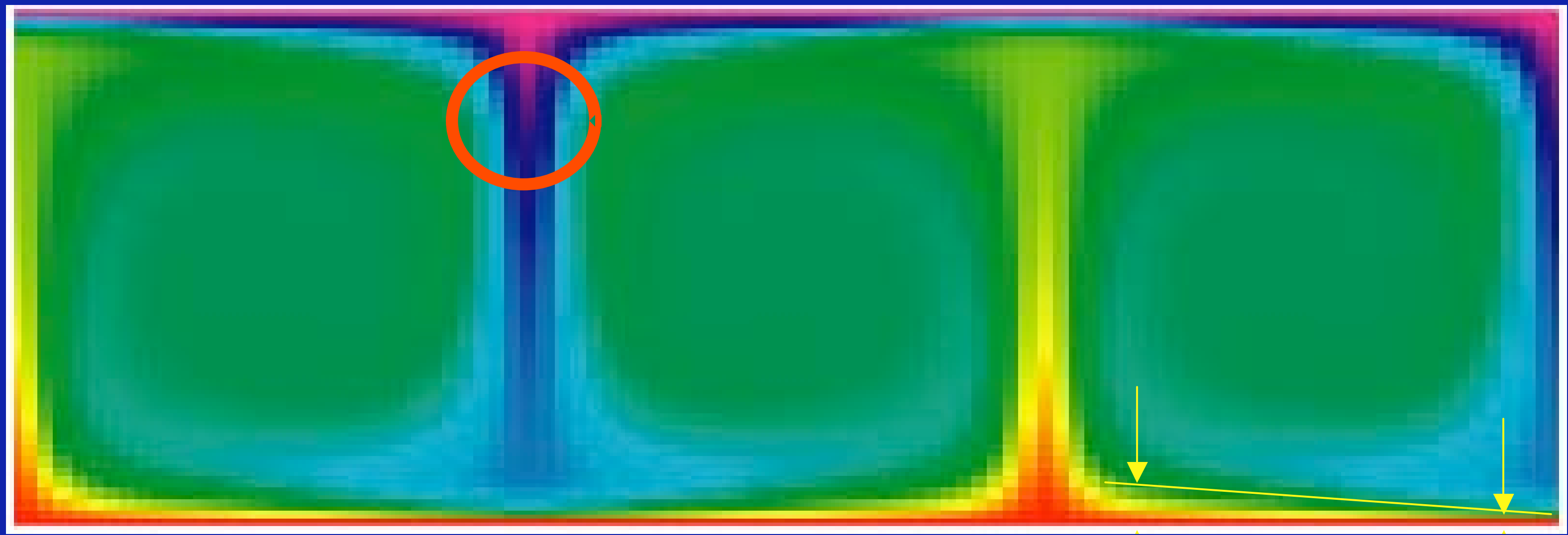
Application numérique:

$\Delta T = 1000$ K
$\rho_o = 3 \; 10^3$ kg m^{-3}
$\alpha = 3 \; 10^{-5}$ K^{-1}

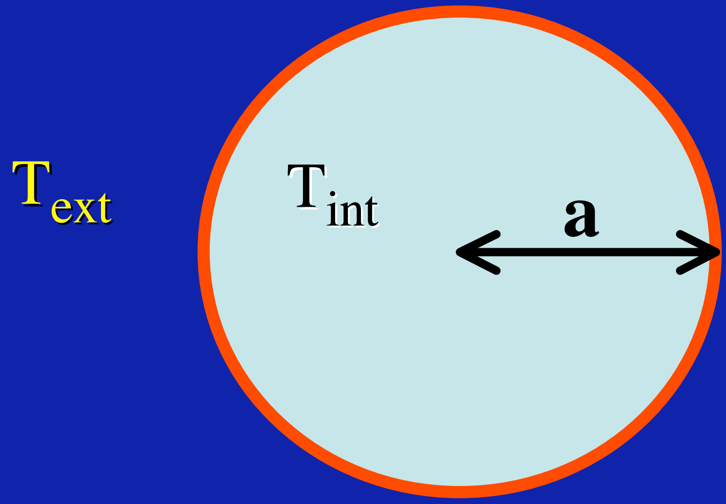
$\Delta\rho = - 90$ kg m^{-3} ($\Delta\rho / \rho = - 3\%$)

Ce sont ces très faibles variations de densité qui propulsent le manteau terrestre et qui sont responsables de la formation des chaînes de montagne.

Vitesse d’un élément sphérique



Volume de fluide refroidi
descendant à la vitesse U.



Sphère de rayon a

Volume $V = 4/3\ \pi\ a^3$

Surface $S = 4\ \pi\ a^2$

Forces mises en jeu :

(1) force de volume = poids = m g = $\rho(T_{int})\ V\ g$

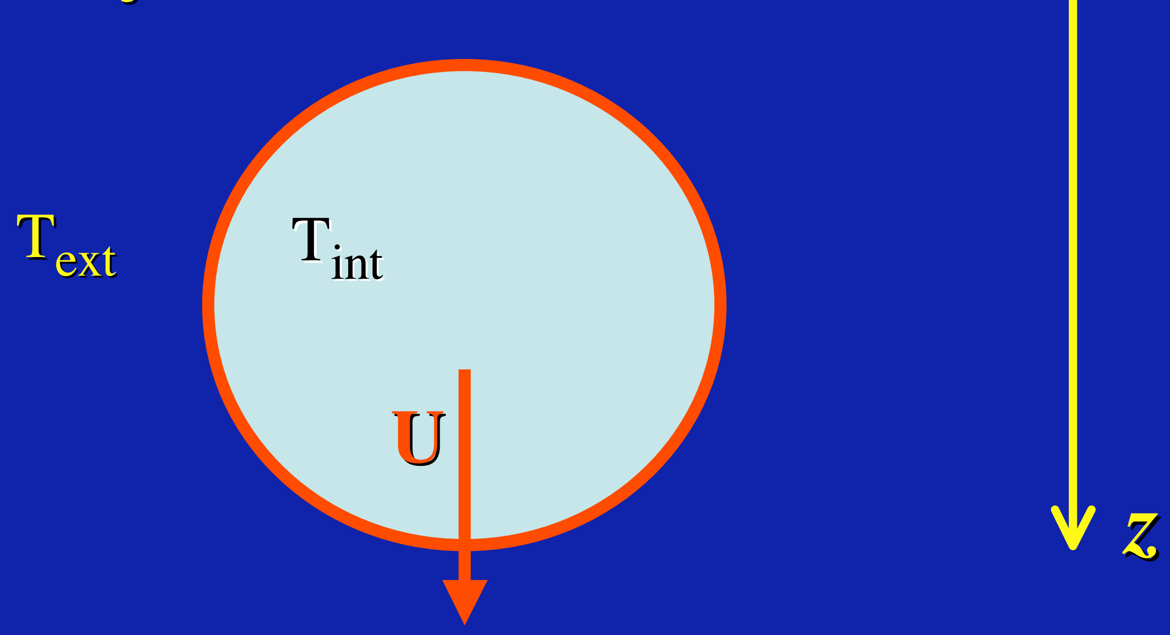
(2) Force de surface 1 = résultante des forces de pression

= $\rho(T_{ext})\ V\ g$ (par théorème d'Archimède)

(3) Force de surface 2 = frottement visqueux

= $\tau\ S$

Projetons les forces sur la verticale



$$\rho(T_{int})\, V\, g \;-\; \rho(T_{ext})\, V\, g \;-\; \tau\, S \;=\; 0$$

$$\{\, \rho(T_{int}) - \rho(T_{ext}) \,\}\, V\, g \;-\; \tau\, S \;=\; 0$$

$$\underbrace{\Delta\rho\, V\, g}_{\text{Force d'Archimède}} \;-\; \tau\, S \;=\; 0$$

$$\Delta\rho \, V \, g \; - \; \tau \, S \; = \; 0$$

Reste à estimer la contrainte visqueuse τ:

Par définition,

$$\tau \sim \mu \frac{U}{\delta}$$

U/δ = gradient de vitesse

δ= distance sur laquelle la vitesse tend vers 0.

Dans la cas de la sphère $\delta \sim a$.

Résultat final:

$$\boxed{U \sim \frac{\Delta\rho \; g \; a^2}{\mu}}$$

Il manque une constante multiplicative d'ordre 1
qui nécessite des calculs assez lourds
(formule de Stokes).

Application numérique:

On peut mesurer U, ΔT, μ.

Calculons a, la taille caractéristique des anomalies de température.

$$a \sim \left\{\frac{U\,\mu}{\Delta\rho\, g}\right\}^{1/2}$$

$U \approx 10^{-9}$ m s^{-1}

$\mu \approx 10^{21}$ Pas

$\Delta\rho \approx 90$ kg m^{-3}

$a \approx$ 35 km (diamètre 70 km):
c'est l'épaisseur des plaques océaniques !