

E1:

L'arbre, dont la hauteur peut être estimée à une dizaine de mètres (c'est un petit arbre), est vu avec une ouverture angulaire d'environ 3° soit 50 mradians. Il est donc situé à une distance approximative de $10/0.05=200$ m.

E2:

L'atténuation à la profondeur $p=10$ m est $e^{-p/\lambda}=0.5$, donc la longueur de diffusion est $\lambda=p/\text{Log}2=14.4$ m. Or la profondeur de pénétration pour une onde de pression de période T est donnée par $\lambda = \sqrt{\kappa_p T / \pi}$ où κ_p est la diffusivité pneumatique. On a donc $\kappa_p = \lambda^2 \pi / T = 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Mais la diffusivité pneumatique κ_p est $k_g p_0 / \phi_a \eta_a$ (équation 2.68 du chapitre 2) où k_g est la perméabilité à l'air, p_0 la pression moyenne (10^5 Pa), ϕ_a la porosité à l'air (0.05) et η_a la viscosité de l'air 1.8×10^{-5} Pa.s. On a donc :

$$k_g = \frac{1.5 \times 10^{-2} \times 0.05 \times 1.8 \times 10^{-5}}{10^5} = 135 \text{ mD}. \quad (1)$$

La perméabilité relative dans la phase gaz $k_{r,g}$ pour une saturation de 50 % peut être estimée en utilisant la relation 2.62 du chapitre 2. La saturation effective est $S_{eff} = (S_w - S_0) / (1 - S_0) = 0.44$ et on a :

$$k_{r,g}(S_w = 0.5) = \frac{(1 - S_{eff})^2}{1 - S_{eff}^2} = 0.38 \cong 0.4. \quad (2)$$

La perméabilité totale de notre milieu est donc $135/0.4 \text{ mD} = 340 \text{ mD}$.

E3:

Si l'équilibre est hydrostatique, alors le poids de la colonne d'eau douce doit être égal au poids de la colonne d'eau de mer, soit:

$$\rho_d (h + z) = \rho_s z, \quad (1)$$

où ρ_d est la masse volumique de l'eau douce et ρ_s celle de l'eau de mer. On a donc:

$$z = \frac{\rho_d}{\rho_s - \rho_d} h = \frac{1000}{25} h = 40h. \quad (2)$$

L'angle α du biseau est donné par:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{h}{L}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{z}{L}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{200}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{80}{200}\right) = 0.6^\circ + 21.8^\circ = 22.4^\circ. \quad (3)$$

E4:

Soit Q_I le débit total d'infiltration dans la carrière de Vincennes en g/s. On suppose que le taux d'infiltration est 1% de la pluviométrie moyenne, soit 6 mm par an. On a donc:

$$Q_I = \frac{6 \times 10^{-3}}{3 \times 10^7} \times 3 \times 10^4 \times 10^6 = 6 \text{ g/s.} \quad (1)$$

Si le taux de ventilation est d'environ $4 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, alors le débit volumique Q_V d'air est $Q_V = (4 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}) \times (6 \times 10^4 \text{ m}^3) = 0.24 \text{ m}^3/\text{s}$. On suppose que l'air entre sec et qu'il sort saturé en vapeur d'eau, eau qui est prélevée par évaporation dans la carrière. La fraction molaire de vapeur d'eau dans l'air saturé est égal au rapport de la pression de vapeur saturante à la pression atmosphérique, soit $1400/10^5 = 1.4 \times 10^{-2}$ à $12 \text{ }^\circ\text{C}$. Une mole d'air saturé contient donc $18 \text{ g} \times 1.4 \times 10^{-2} = 0.25 \text{ g}$ de vapeur d'eau. Mais le volume d'une mole d'air est $RT/p = 8.31 \times 285/10^5 = 0.024 \text{ m}^3$ à $12 \text{ }^\circ\text{C}$. L'air saturé contient donc $0.25/0.024 \approx 10 \text{ g}$ d'eau par m^3 . La perte d'eau Q_E de la carrière par ventilation est donc:

$$Q_E = 0.24 \times 10 = 2.4 \text{ g/s.} \quad (2)$$

On constate que le taux d'évaporation dans la carrière de Vincennes en hiver, en régime ventilé, n'est pas négligeable par rapport à l'infiltration possible. Il n'est donc pas étonnant qu'en de nombreux endroits le toit de la carrière apparaisse sec en hiver.

E5:

Le pic d'anomalie gravimétrique d'une cavité cylindrique de rayon R à une profondeur z est donné par :

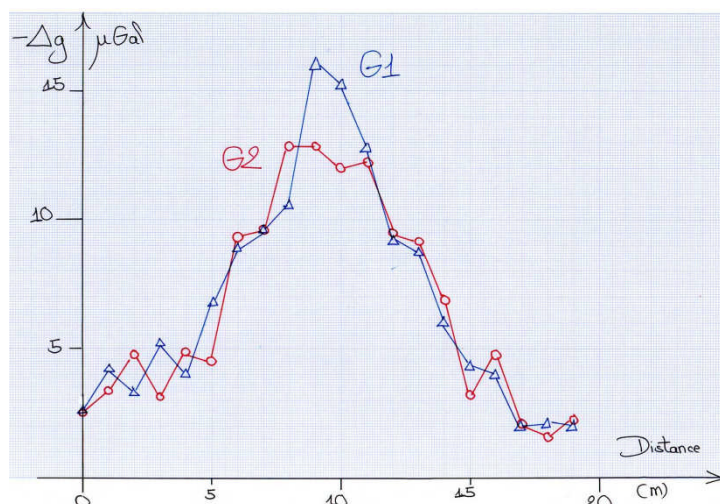
$$\Delta g = 2\pi G \frac{\Delta \rho R^2}{z}, \quad (1)$$

où $\Delta \rho$ est le déficit de masse volumique dans la cavité, et G la constante universelle de la gravitation. Prenons $\Delta \rho = -2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. On a alors:

$$\Delta g = 2\pi \times 6.67 \times 10^{-3} \frac{2500 \times 4}{10} = 42 \text{ } \mu\text{Gal.} \quad (2)$$

De plus la largeur à mi-hauteur de l'anomalie est égale à deux fois la profondeur, soit 20 mètres. Cette anomalie doit donc être détectable sans trop de difficultés par un profil gravimétrique. Il est par contre vraisemblable que, si cette cavité contient des chars ou d'autres indélécatesses métalliques, alors le tunnel doit être encore plus facilement détectable par magnétométrie.

E6:



On a représenté les données sur le graphe ci-dessus. On constate que les anomalies sont semblables sur les deux profils. On peut donc considérer qu'il s'agit d'une **cavité cylindrique**.

La largeur à mi-hauteur est 8 m sur G1 et 8.8 m sur G2, soit 8.4 m en moyenne. On peut donc estimer que la cavité se trouve à une profondeur z de 4.2 m. On peut maintenant estimer son rayon R à partir de la valeur maximale Δg de l'anomalie, soit 14.5 μGal en moyennant les deux profils. On a en effet:

$$\Delta g = 2\pi G \Delta \rho \frac{R^2}{z}, \quad (1)$$

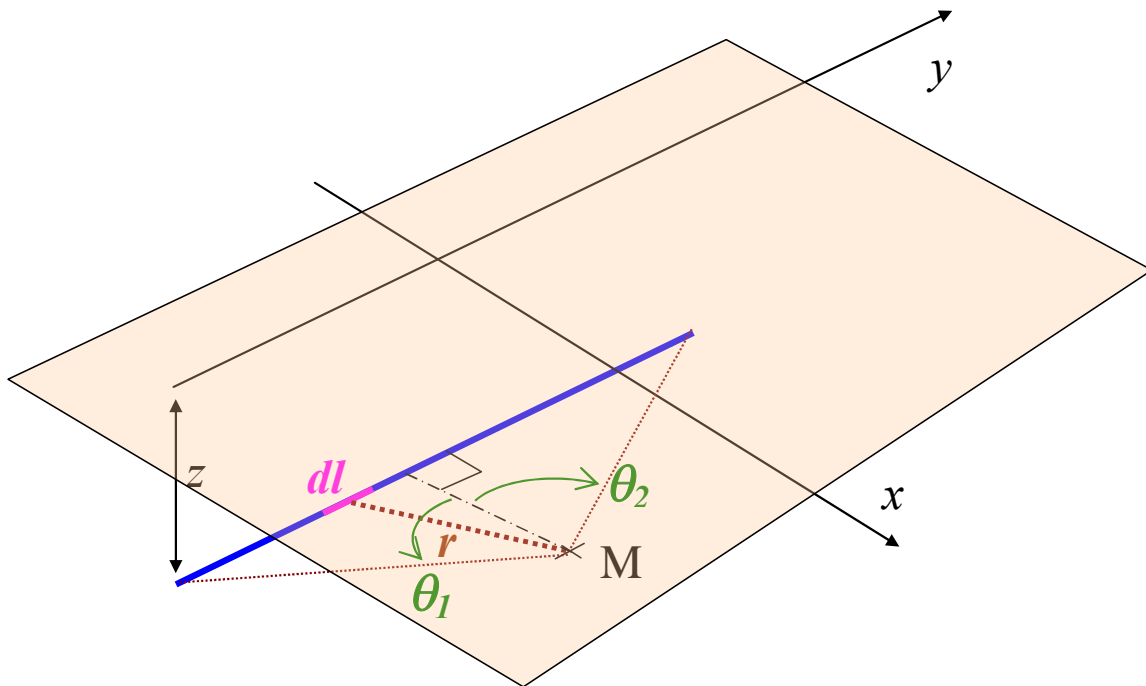
où G est la constante universelle de la gravitation et $\Delta \rho$ le déficit de masse volumique associé à la cavité. Prenons $\Delta \rho = 2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. On obtient alors:

$$R = \sqrt{\frac{\Delta g z}{2\pi G \Delta \rho}} = \sqrt{\frac{14.5 \times 4.2}{2 \times \pi \times 6.67 \times 10^{-3} \times 2000}} \cong 0.9 \text{ m}. \quad (2)$$

Remarque: En réalité, il s'agissait de données synthétiques avec une cavité cylindrique de rayon 1 m à une profondeur de 6 m et un bruit instrumental de 1 μGal RMS. On voit que notre résultat est plutôt bon pour le rayon mais sous-estime la profondeur.

E7:

Soit un point M de la surface, de coordonnées x et y . L'axe x est perpendiculaire à la ligne souterraine, et y est parallèle. La ligne souterraine correspond à $x=0$ et y variant de $-L/2$ à $+L/2$ si L est sa longueur. Soit $\Delta \lambda$ le déficit linéique de masse volumique associé à cette ligne.



Considérons un petit élément dl de cette ligne, situé entre l et $l+dl$. Sa contribution à l'anomalie gravimétrique Δg est :

$$G \Delta \lambda dl \frac{z}{r^3}, \quad (1)$$

où r est la distance entre ce petit élément et le point considéré. On a:

$$r^2 = x^2 + z^2 + (y-l)^2, \quad (2)$$

d'où l'expression de l'anomalie gravimétrique :

$$\Delta g = G\Delta\lambda \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dl \frac{z}{(x^2 + z^2 + (y-l)^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (3)$$

Pour intégrer cette équation, on pose:

$$l - y = \sqrt{x^2 + z^2} \tan \theta. \quad (4)$$

On a alors:

$$\Delta g = \frac{G\Delta\lambda z}{x^2 + z^2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{G\Delta\lambda z}{x^2 + z^2} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1), \quad (5)$$

où les angles θ_1 et θ_2 sont donnés par:

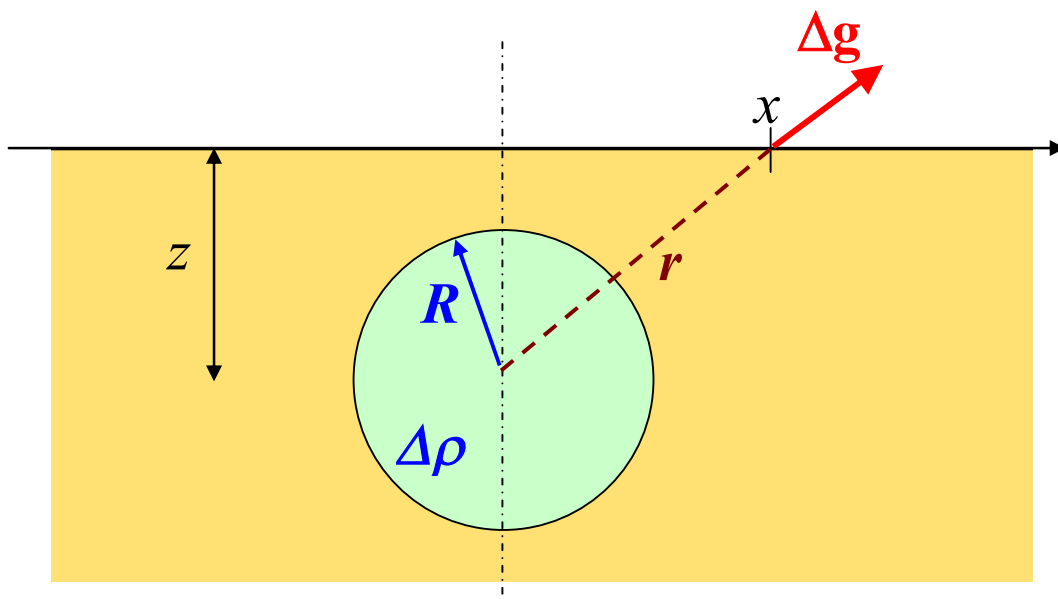
$$\theta_1 = -\tan^{-1} \left(\frac{y + \frac{L}{2}}{\sqrt{x^2 + z^2}} \right) \quad \text{et} \quad \theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{L}{2} - y}{\sqrt{x^2 + z^2}} \right). \quad (6)$$

qui sont les angles sous lesquels on voit les extrémités de la ligne depuis le point M.

Pour une ligne infinie, on a $\theta_1 = -\pi/2$ et $\theta_2 = \pi/2$ et par conséquent:

$$\Delta g = 2G\Delta\lambda \frac{z}{x^2 + z^2}. \quad (7)$$

Considérons maintenant un cylindre horizontal infini de rayon R , de déficit de densité $\Delta\rho$ et dont l'axe est à profondeur z . Soit un point de la surface, à une distance horizontale x du cylindre. Soit r sa distance à l'axe du cylindre.



Cherchons le champ de pesanteur dû au déficit de masse dans le cylindre. C'est un champ qui, par symétrie, est radial et perpendiculaire à l'axe du cylindre, et porté par la perpendiculaire à cet axe passant par le point considéré. Le flux de ce champ à travers une surface cylindrique de rayon r est égal à la masse par unité de longueur contenue dans ce cylindre. Ce champ est donc le même que celui d'une ligne infiniment fine coïncidant avec l'axe du cylindre et de densité linéique $\Delta\lambda = \Delta\rho\pi R^2$. L'anomalie gravimétrique Δg_c due au cylindre est donc la même que l'anomalie due à une ligne infinie. On a donc:

$$\Delta g_c = 2\pi G \Delta \rho R^2 \frac{z}{x^2 + z^2} = 2\pi G \Delta \rho \frac{R^2}{z} \frac{1}{1 + \frac{x^2}{z^2}}. \quad (8)$$

On retrouve bien la formule du cours.

E8:

On peut estimer la masse volumique de déchets organiques et plastiques à environ $1500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, soit un contraste de masse volumique avec l'encaissant d'environ $\Delta\rho = -1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Le pic de l'anomalie gravimétrique sera donc (cf chapitre 4 équation 4.9):

$$\Delta g_c = 2\pi G \Delta \rho \frac{R^2}{z} = 2\pi \times 6.67 \times 10^{-3} \times 10^3 \frac{1}{10} = 4 \text{ } \mu\text{Gal}. \quad (1)$$

Une telle anomalie, avec une largeur à mi-hauteur de 20 m, n'est pas détectable avec les critères habituels. Il est donc inutile d'entreprendre des profils gravimétriques.

E9:

Soit V_P la vitesse sismique de l'onde P et ρ_r la résistivité électrique de la roche. Un lien entre la vitesse sismique et la résistivité électrique doit exister via la porosité totale ϕ . En effet, dans un milieu saturé en eau, on peut écrire la relation de Wyllie:

$$\frac{1}{V_P} = \frac{1-\phi}{V_m} + \frac{\phi}{V_w}, \quad (1)$$

où V_m est la vitesse de l'onde P dans la matrice minérale et V_w la vitesse du son dans l'eau (1500 m/s). Par ailleurs, supposons que la résistivité électrique est liée à la conductivité de surface σ_s et à la conductivité électrique de l'eau des pores σ_w par la relation suivante:

$$\frac{1}{\rho_r} = \sigma_s + \frac{\sigma_w}{F_0}, \quad (2)$$

où F_0 est le facteur de formation que nous prendrons donné par une loi d'Archie $F_0 = 1/\phi^2$. On a donc:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{V_P} - \frac{1}{V_m} \right)^2 = \phi^2 \left(\frac{1}{V_w} - \frac{1}{V_m} \right)^2 \\ \frac{1}{\rho_r} = \sigma_s + \sigma_w \phi^2 \end{array} \right. \quad (3)$$

et on peut donc proposer la relation suivante entre ρ_r et V_P :

$$\frac{1}{\rho_r} = \sigma_s + \sigma_w \frac{\left(\frac{1}{V_P} - \frac{1}{V_m} \right)^2}{\left(\frac{1}{V_w} - \frac{1}{V_m} \right)^2}. \quad (4)$$

On peut donc suggérer de tracer $1/\rho_r$ en fonction de $1/V_P$ et ajuster un polynôme de degré 2.

E10:

La résistivité ρ_l de la roche saturée en eau est donnée par:

$$\rho_1 = \rho_w F_0 = \frac{\rho_w}{\phi^2} = \frac{40}{0.2^2} = 1000 \Omega\text{m.} \quad (1)$$

tandis que la résistivité ρ_2 de cette même roche à saturation $S_w=0.5$ est donnée par:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{S_w^2} = \frac{1000}{0.5^2} = 4000 \Omega\text{m.} \quad (2)$$

En présence d'une conductivité de surface σ_s , la résistivité de la roche saturée devient:

$$\rho_3 = \frac{1}{\sigma_s + \frac{1}{\rho_1}} = \frac{1}{10^{-3} + \frac{1}{1000}} = 500 \Omega\text{m.} \quad (3)$$

tandis que la résistivité de la roche à 50 % de saturation devient:

$$\rho_3 = \frac{1}{\sigma_s + \frac{1}{\rho_2}} = \frac{1}{10^{-3} + \frac{1}{4000}} = \frac{4}{5}1000 = 800 \Omega\text{m.} \quad (4)$$

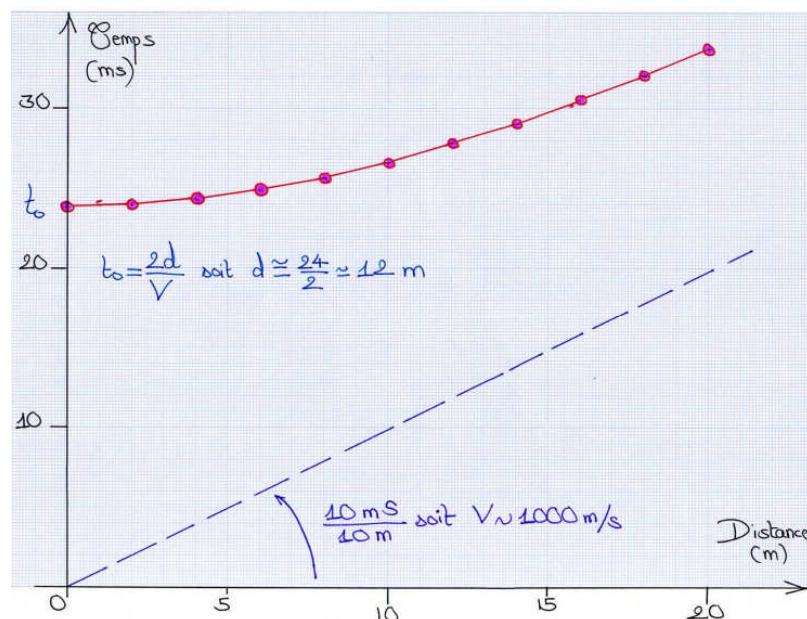
On constate qu'il ne sera pas aisé, par des mesures électriques, de distinguer entre la roche saturée en eau et la roche de la zone non-saturée.

E11:

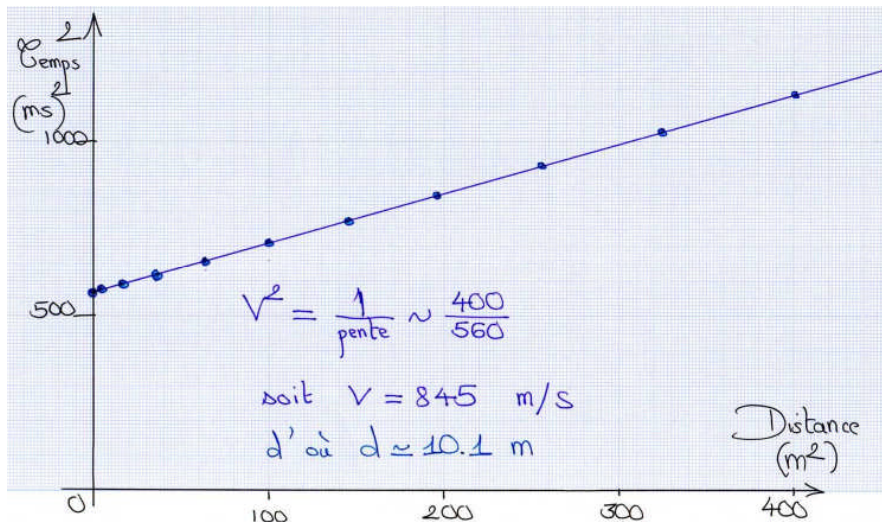
Contentons nous d'abord de représenter le temps t en fonction de la distance x (voir page suivante). On a:

$$t = \frac{2}{V} \sqrt{d^2 + \frac{x^2}{4}}, \quad (1)$$

où d est la profondeur de l'interface réfléchissant et V la vitesse dans le milieu. Il n'est pas très facile de déterminer sur le graphe de t en fonction de x la pente de l'asymptote de l'hyperbole. Une estimation donne alors 10 ms par 10 m, soit, selon (46), une vitesse de 1000 m/s. La profondeur d s'obtient alors par l'ordonnée à l'origine et on obtient $d=2t(x=0)/V$ soit environ 12 m.



Si, par contre, on représente t^2 en fonction de la distance x^2 (graphe ci-dessous) alors on obtient une belle droite dont il est aisé de déterminer la pente de manière fiable. On obtient $V=845 \text{ m/s}$ et alors $d=10.1 \text{ m}$.



Remarque: il s'agissait de données synthétiques avec $V=840$ m/s et $d=10$ m.

E12:

La résistivité apparente d'une configuration Schlumberger est donnée par:

$$\rho_{app} = \frac{\pi(a^2 - m^2)V}{2m I} \quad (1)$$

et le calcul des résistivités apparentes pour le profil considéré est effectué dans le tableau ci-dessous.

$a=AB/2$ (m)	$m=MN/2$ (m)	I (mA)	V (mV)	$\frac{\pi(a^2 - m^2)}{2m}$	ρ_{app} ($\Omega \cdot m$)
1	0.2	50	1280	7.54	193
1.2	0.2	100	1532	11.0	168
1.5	0.2	100	761	17.4	132
2	0.2	150	491	31.1	102
2.5	0.2	150	243	48.8	79.1
2.5	0.4	150	487	23.9	77.6
3	0.4	150	264	34.7	61.1
3.5	0.4	150	161	47.5	51.0
4	0.4	100	71.8	62.2	44.7
4.5	0.4	150	79.0	78.9	41.6
5	0.4	150	61.1	97.6	39.8
5.5	0.4	150	49.9	118	39.3
6	0.4	200	56.5	141	39.8
7	0.4	200	41.6	192	39.9
8	0.4	150	23.5	251	39.3
8	0.8	150	45.5	124	37.6
9	0.8	150	35.6	158	37.5
10	0.8	150	28.1	195	36.5
11	0.8	150	22.8	236	35.9
12	0.8	150	18.8	281	35.2
13	0.8	150	15.8	330	34.8
15	0.8	150	11.5	441	33.8
20	0.8	150	7.5	784	39.2

On constate que les valeurs de résistivité apparente pour le même a quand deux valeurs de m sont disponibles (raccordements) sont en bon accord. Si on inverse des résultats de résistivité apparente en fonction de a avec le logiciel RESIST87, on obtient un bon accord pour un modèle à deux couches avec une couche superficielle de résistivité $205 \Omega \cdot m$ et d'épaisseur 1 m au dessus d'un substratum de résistivité $35 \Omega \cdot m$. Il est peu vraisemblable que

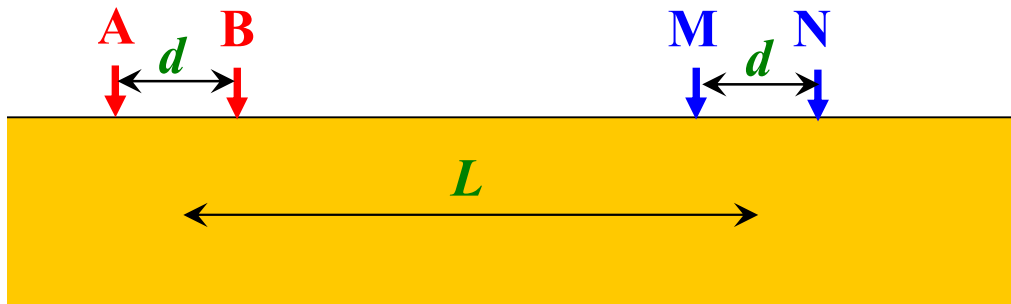
cette couche conductrice si proche de la surface soit la nappe phréatique. Il s'agit plutôt d'une couche argileuse. Des forages en cet endroit révèlent d'ailleurs que la nappe se trouve à une profondeur de 7 m. On constate que les signaux de potentiels sont déjà faibles à une distance a de 20 m. La présence de la couche conductrice au voisinage de la surface handicape fortement l'utilisation de méthodes électriques sur ce site.

E13:

Pour m , I , V et ρ donnés, la demi-longueur d'injection en sondage Schlumberger est donnée (cf équation 1) par:

$$a = \sqrt{m^2 + \frac{2mI\rho}{\pi V}} = \sqrt{20^2 + \frac{2 \times 20 \times 10 \times 400}{\pi}} \cong 230 \text{ m.} \quad (1)$$

La longueur d'injection maximale est donc **460 m**.

E14:

Le potentiel électrique V est donné par:

$$\begin{aligned} V &= \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN} \right] = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{L} - \frac{1}{L+d} - \frac{1}{L-d} + \frac{1}{L} \right] \\ &= \frac{I\rho}{2\pi} \frac{2L^2 - 2d^2 - L(L-d) - L(L+d)}{L(L^2 - d^2)} = -\frac{I\rho}{\pi} \frac{d^2}{L(L^2 - d^2)} \end{aligned} \quad (1)$$

et on obtient donc:

$$\rho_{app} = -\frac{V \pi L (L^2 - d^2)}{I d^2}. \quad (2)$$

On constate que le potentiel décroît comme l'inverse de la distance L au cube. Il sera très difficile d'utiliser cette méthode dans les zones de faibles résistivités.

E15:

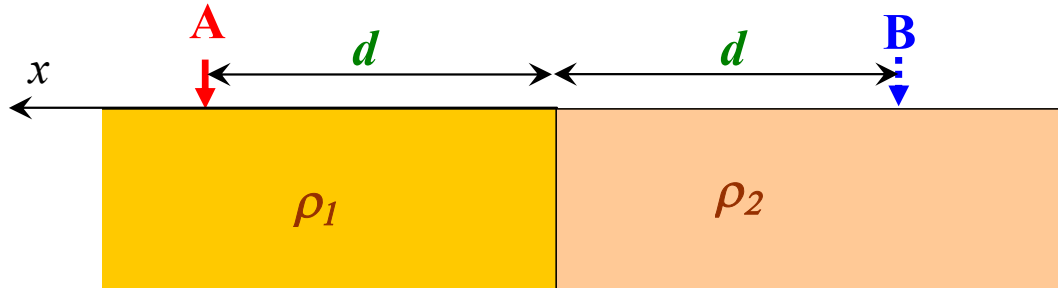
Soit A le point d'injection dans le milieu 1 de résistivité ρ_1 . Soit B l'image, dans le milieu 2 de résistivité ρ_2 , du point A à travers le plan de contact. Cherchons une solution pour le potentiel V_1 en tout point M du le milieu 1 sous la forme:

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{AM} + \frac{a}{BM} \right], \quad (1)$$

et dans le milieu 2:

$$V_2 = \frac{I\rho_2}{2\pi} \frac{b}{AM}, \quad (2)$$

où a et b sont des constantes. Cette solution existe si on parvient à trouver les valeurs des constantes pour que les conditions aux limites soient vérifiées. Au voisinage du point d'injection, le potentiel V_I sera bien identique au potentiel produit par une injection ponctuelle dans un demi-espace infini. Le potentiel électrique doit être continu sur la faille et la composante normale du courant doit être conservée à travers la faille.



La condition de continuité du potentiel implique:

$$\rho_1(1+a) = \rho_2 b \quad (3)$$

Pour écrire la conservation de la composante normale du courant, il faut écrire l'expression du champ électrique. Si on utilise un repère Oxyz tel que que le point d'injection est à $x=d$ et $y=0$ avec l'axe Oz dirigé vers le bas, alors on a dans le milieu 1:

$$E_x = -\frac{\partial V_1}{\partial x} = -\frac{I\rho_1}{2\pi} \left[-\frac{1}{AM^2} \frac{\partial AM}{\partial x} - \frac{a}{BM^2} \frac{\partial BM}{\partial x} \right] \quad (4)$$

Mais on a:

$$\begin{cases} AM^2 = (x-d)^2 + y^2 + z^2 \\ BM^2 = (x+d)^2 + y^2 + z^2 \end{cases} \quad (5)$$

ce qui implique:

$$\begin{cases} 2AM \frac{\partial AM}{\partial x} = 2(x-d) \\ 2BM \frac{\partial BM}{\partial x} = 2(x+d) \end{cases} \quad (6)$$

On obtient donc pour $x=0$:

$$E_x|_1 = -\frac{\partial V_1}{\partial x} = -\frac{I\rho_1}{2\pi AM^3} [-d + da] = \frac{I\rho_1 d}{2\pi AM^3} [1-a] \quad (7)$$

De même, la composant horizontale du champ électrique dans le milieu 2 en $x=0$ s'écrit:

$$E_x|_2 = -\frac{\partial V_2}{\partial x} = -\frac{I\rho_1 d}{2\pi AM^3} b \quad (8)$$

L'égalité des densités de courant au plan de contact s'écrit alors:

$$\frac{1}{\rho_1} E_x|_1 = \frac{1}{\rho_2} E_x|_2 \quad (9)$$

qui implique:

$$1-a = b \quad (10)$$

En combinant avec la condition (3), on obtient:

$$\rho_1(1+a) = \rho_2(1-a) \quad (11)$$

d'où:

$$\begin{cases} a = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \\ b = \frac{2\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \end{cases} \quad (12)$$

On a donc l'expression du potentiel électrique en tout point de l'espace:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z^2}} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}} \right] \\ V_2 = \frac{I}{\pi} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z^2}} \end{cases} \quad (13)$$

Cette solution vérifie les équations générales du champ et les conditions aux limites, c'est donc la solution du problème.

E16:

L'intensité du champ varie comme:

$$\sqrt{(2 \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta} = \sqrt{4 - 3 \sin^2 \theta} \quad (1)$$

et elle est donc maximale sur l'axe du dipôle. Cette quantité, qui varie entre 2 et 1 sera égale à la moitié de l'intensité maximale et de l'intensité minimale quand:

$$\sqrt{4 - 3 \sin^2 \theta} = \frac{3}{2} \quad (2)$$

soit:

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{7}{12}} \quad (3)$$

soit $\theta \approx 49.8^\circ$ et $\theta \approx 130.2^\circ$.

Les composantes radiales et orthoradiales sont égales quand:

$$2 \cos \theta = \pm \sin \theta \quad (4)$$

soit:

$$\tan \theta = \pm 2 \quad (5)$$

soit $\theta \approx 63.4^\circ$ et $\theta \approx 116.6^\circ$.

E17:

Les composantes radiale B_r et orthoradiale B_θ du champ magnétique d'un dipôle magnétique de moment magnétique \vec{m} en un point, de rayon vecteur \vec{r} faisant un angle θ avec le moment magnétique, sont données par:

$$\begin{cases} B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m \cos \theta}{r^3} \\ B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m \sin \theta}{r^3} \end{cases} \quad (1)$$

Soyons conservateur et faisons l'hypothèse que nous observons la composante orthoradiale du dipôle. On aura alors:

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^3} = 10^{-7} \frac{m}{r^3} = 4 \times 10^{-9} \text{ nT} \quad (2)$$

où m est exprimé en $\text{A} \cdot \text{m}^2$. On a donc:

$$r = (25m)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

Pour dix fûts de 200 litres, en supposant qu'ils sont arrangés régulièrement et polarisés dans le même sens parallèle au champ magnétique terrestre, on aura $m=100 \text{ A}\cdot\text{m}^2$, soit une profondeur de **14 m**.

Le char sera détectable jusqu'à une profondeur de **37 m**! Quant au mur de briques, si encore on fait l'hypothèse que les moments magnétiques des briques sont alignés, l'ordre de grandeur du champ magnétique produit en surface sera:

$$B \cong \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} = 10^{-7} \times 40 \times 0.2 = 8 \times 10^{-7} \text{ T} = 800 \text{ nT}. \quad (4)$$

Une telle anomalie sera aisément détectable. Si les moments magnétiques ne sont pas alignés, on pourra éventuellement descendre à une anomalie de l'ordre de 40 nT, ce qui reste significatif.

E18:

Pour un sol contenant 200 mg/kg de plomb, on peut, en utilisant la figure 4.31 du chapitre 4, estimer que la susceptibilité magnétique spécifique massique χ_m est $2000 \times 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. Prenons une valeur de $2400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ pour la masse volumique ρ du sol. La susceptibilité magnétique est alors $\chi = \chi_m \rho$ soit $\chi = 2000 \times 10^{-8} \times 2400 = 4.8 \times 10^{-2}$. Soit H_0 le champ terrestre, l'aimantation M du caisson est $M = \chi H_0$, et son moment magnétique m est $m = MV$ où V est le volume du caisson. L'ordre de grandeur du champ magnétique produit à une distance r par le caisson, assimilé à un dipôle magnétique, est environ:

$$B_r = \frac{\mu_0 2m}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 2\chi H_0 V}{4\pi r^3} = B_0 \frac{2 \times 4.8 \times 10^{-2} \times 2}{4\pi \times 2^3}, \quad (1)$$

où $B_0 = \mu_0 H_0$ est le champ magnétique terrestre. On a donc:

$$B_r \cong 50000 \frac{2 \times 4.8 \times 10^{-2} \times 2}{4\pi \times 2^3} \cong \frac{10^5 \times 9.6 \times 10^{-2}}{32\pi} \cong \frac{10^4}{100} \cong 100 \text{ nT}. \quad (2)$$

Cette anomalie est aisément détectable. On peut donc conseiller à l'industriel cacheur de déchets contaminés de foncer s'acheter un volume des *Fables* de La Fontaine pour lire en prison.

E19:

On peut proposer les interprétations suivantes :

