

# Rappel: Trajectoire des planètes

Il est donc nécessaire au premier abord de simplifier notre problème. La première façon de faire est de négliger, pour une planète donnée, l'action de toutes les autres planètes et de ne supposer que celle du soleil. Si l'on a plutôt un système Terre-Lune, Pluton-Charon, on fait la même chose, mais en considérant la trajectoire du centre de masse du système planète+satellites. Cette approximation est l'approximation Keplerienne.

On considère donc le soleil, de masse  $M$  et notre planète de masse  $m$ , toutes les deux ponctuelles. La force de gravitation peut alors s'écrire

$$\mathbf{f} = -G \frac{M m \mathbf{u}}{r^2} \quad (1)$$

où  $G$  est la constante d'attraction universelle:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m Kg}^{-2}$ ,  $M$  et  $m$  les masses des deux corps,  $r$  leur distance et  $\mathbf{u}$  le vecteur unitaire les reliant. Si on applique la relation de la dynamique à la masse  $m$ , symbolisée par le point  $P$ , on a alors l'équation suivante:

$$m \frac{d^2 \mathbf{OP}}{dt^2} = -GM m \frac{\mathbf{MP}}{|\mathbf{PM}|^3} \quad (2)$$

On peut résoudre cette équation en remarquant que

$$\mathbf{r} = \frac{M}{M+m} \mathbf{OP} \quad (3)$$

où  $\mathbf{r} = \mathbf{MP}$ . Cette équation conduit, en remarquant que le point  $O$ , centre de gravité du système, est immobile ou animé d'une vitesse constante, à l'équation

$$\mu \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -GM m \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (4)$$

où  $\mu = \frac{mM}{M+m}$  est la masse réduite du système à deux corps. Pratiquement, cette masse est dans le cas des trajectoires de planètes autour du soleil, presque égale

à la masse du soleil et le barycentre  $O$  est presque confondu avec le centre du soleil. Pour le couple Terre-Lune par contre, la masse de la Terre n'est que 80 fois plus grande que celle de la Lune, de sorte que compte tenu de la distance entre la Terre et la Lune, le barycentre du système Terre-Lune se trouve en un point proche de la surface de la Terre. Dans l'équation (3), tout se passe alors comme si la masse  $M$  est immobile mais qu'elle agissait avec la masse  $m+M$ . Quelle est l'évolution du moment cinétique de la planète  $P$ ? On peut simplement écrire ce moment cinétique:

$$\mathcal{L} = \mathbf{OP} \times m \partial_t \mathbf{u} \quad (5)$$

et l'on s'aperçoit simplement à partir de l'équation (3) que ce moment cinétique est constant, la force étant appliquée parallèlement au rayon  $\mathbf{OP}$ . On dit que la force est centrale.

On peut continuer à faire une analyse en temps de l'équation différentielle. En fait, il est plus intéressant d'étudier la trajectoire, et pour cela de passer en coordonnées polaires. Dans ces coordonnées, nous avons:

$$\mathbf{OP} = r \mathbf{e}_r, \quad (6)$$

$$\partial_t \mathbf{OP} = \dot{r} \mathbf{e}_r - r \dot{\theta} \mathbf{e}_\theta, \quad (7)$$

Ces deux premières relations permettent d'expliciter le moment cinétique de la planète:

$$\mathbf{L} = \mathbf{OP} \times m \partial_t \mathbf{OP} \quad (8)$$

$$= -r^2 \dot{\theta} \mathbf{e}_z = -m C \mathbf{e}_z, \quad (9)$$

Dans cette relation,  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z$  forment un trièdre direct et  $C = r^2 \dot{\theta}$ , comme le moment cinétique est indépendant du temps, est constant. Cette constante s'appelle la constante des aires. En effet, à cause des propriétés du produit vectoriel,  $\frac{C}{2}$  correspond à deux fois l'aire balayée par la planète durant l'unité de temps, et correspond donc à la vitesse areolaire. Il est possible alors d'utiliser  $C$  pour exprimer vitesse et accélération en fonction des dérivées non pas par rapport au temps, mais par rapport à la variable  $\theta$ . On obtient alors:

$$\mathbf{OP} = r \mathbf{u}, \quad (10)$$

$$\partial_t \mathbf{OP} = C [\mathbf{u} \mathbf{e}_\theta - \partial_\theta \mathbf{u} \mathbf{e}_r] \quad (11)$$

$$\partial_t^2 \mathbf{OP} = -C^2 u^2 [\mathbf{u} + \partial_\theta^2 \mathbf{u}] \mathbf{e}_r \quad (12)$$

où  $u = 1/r$ . Ces relations forment les deux relations de Binet. On peut maintenant exprimer l'équation différentielle de la trajectoire de la planète, qui est finalement donnée par

$$\mu C^2 u^2 [\mathbf{u} + \partial_\theta^2 \mathbf{u}] = G M M \mathbf{u}^2 \quad (13)$$

d'o l'équation finale de la trajectoire

$$\partial_{\theta}^2 u + u = \frac{\mathcal{G}(M+m)}{C^2} \quad (14)$$

L'intégration de cette équation donne

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p} [1 + e \cos(\theta - \theta_0)] \quad (15)$$

C'est l'équation d'une conique de foyer M, d'excentricité  $e$ , de paramètre  $p = \frac{C^2}{\mathcal{G}(M+m)}$ .  $\theta_0$  est l'argument du périastre de la trajectoire. Lorsque l'excentricité  $e$  est inférieure à 1, il s'agit d'une ellipse et si  $e = 0$ , il s'agit d'un cercle. Dans le cas où  $e = 1$ , nous avons une parabole et pour  $e > 1$  une hyperbole. On peut réécrire la relation sous la forme

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)}. \quad (16)$$

Cette trajectoire est donc définie avec les paramètres suivant: • le demi-grand axe  $a$  ;

- l'excentricité  $e$  .

Remarque: l'excentricité est reliée au demi petit axe par la relation  $e = c/a$ , où  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ . Il faut aussi définir le plan sur lequel se déroule la trajectoire. Ceci est fait avec les paramètres:

- l'argument  $\theta_0$  du périhélie ou périastre;
- et le plan sur lequel cette trajectoire est inscrite par les paramètres:
  - l'inclinaison  $i$  du plan de l'orbite par rapport à un plan de référence (plan de l'écliptique pour les planètes, par définition le plan de l'orbite terrestre ou le plan équatorial de la planète pour les satellites)
  - la longitude  $\Omega$  du noeud ascendant ( qui est l'intersection entre la trajectoire de la planète et le plan de référence, balayé du sud vers le nord).

Pour une trajectoire elliptique, le point le plus proche du foyer est le périhélie de l'orbite, le point le plus lointain est l'apogée, tandis que la distance entre le centre de l'ellipse et son foyer est  $ae$ . La quasi totalité des planètes du système solaire ont une excentricité proche de 0 et donc une trajectoire quasi circulaire. Il y a quelques exceptions, en particulier Mercure et Pluton, qui ont une excentricité de 0.206 et 0.246. Dans le cas de Pluton, ceci signifie la dis entre le soleil et Pluton varie entre 29.70 UA et 48.96 UA. Le demi grand axe de Neptune étant de 30.109, et son excentricité presque nulle ( $e=0.009$ ) ceci signifie que Neptune est parfois la planète la plus éloignée du Soleil. Certaines comètes ainsi que les astéroïdes ont des trajectoires elliptiques. Parmi les objets ayant une trajectoire très elliptique, on rencontre les astéroïdes Apollo-Amor. Ces astéroïdes ont des aphélies presque tous situés entre les orbites de Mars et de Jupiter, et pour beaucoup ont un périhélie inférieur à une UA Leur trajectoire coupe donc celle de la Terre, et mme celles de venus et de Mercure. L'astéroïde

1566 Icare approche par exemple le soleil à 0.19 UA et s'en éloigne à 1.19, tandis que 1978 SB s'en approche à 0.35 UA pour s'en éloigner à 4.11 UA, ce qui correspond à des trajectoires d'excentricité de 0.85. Ce sont ces objets qui ont donné naissance aux cratères de plus de cinq kilomètres qui existent sur la Terre, sur la Lune, Mercure et peut tre Mars, et qui sont utilisés comme chronomètres chronologiques pour déterminer les ages des surfaces de ces planètes. On estime par exemple que près de 400 tonnes de fragments d'objets Amor-Apollo, pesant entre 100g et une tonne doivent rentrer chaque année dans l'atmosphère de la Terre. De plus, pour un objet Apollo donné, la probabilité de collision est de l'ordre de  $5 \times 10^{-9}$  par an, ce qui donne environ une collision toute les 200 millions d'année. Si on suppose qu'il y a environ entre 750 et 1000 objets Apollo, la probabilité de collision serait donc environ de une collision tous les millions d'années. La quasi-totalité des fragments de météorites sont ainsi des restes d'objets Apollo-Amor

Pour une trajectoire parabolique, caractérise également la trajectoire avec:

- la distance périhélique  $q = a(1-e)$
- la distance aphélie  $Q = a(1+e)$  . Les comètes non-périodiques sont des objets avec une trajectoire quasi-parabolique, qui semblent venir d'un réservoir appelé "nuage d'Oort" a quelques dizaines de millier d'UA.

### 2.3 les lois de Kepler

La demarche que nous venons d'effectuer est l'inverse du cheminement historique des idées. En effet, à partir des observations de Ticho-Brahé, Kepler fit une synthèse des observations sous la forme de trois lois:

- La trajectoire des planètes est une ellipse dont le centre du soleil est l'un des foyers
- Au cours du mouvement, le rayon vecteur joignant le centre du soleil à la planète décrit des aires égales en des temps égaux: c est la loi des aires
- le rapport des carrés des périodes sur les cubes des demi grands axes est une constante. Exprimé avec  $a$  en UA et  $T$  en années, ceci donne:

$$\frac{T^2}{a^3} = 1 \quad (17)$$

On peut redémontrer la troisième relation à partir de nos résultats.

# Perturbation des trajectoires

---

- Toutes les forces qui ne sont pas en  $1/r^2$ 
  - Brisent les lois de Kepler
  - Précession des grands axes, des plans
  - Migration des planètes

# Equation de la trajectoire

## Potentiel et attraction de la planète déformée sur le Satellite

$$\phi_{gravi} = -u_0 g k_2 \left(\frac{a}{D}\right)^3 P_2(\cos \theta)$$

par continuité et en raison de  $n=2$  et où

$$u_0 = \frac{a^2 G m_s}{g D^3}$$

## Conservation du moment cinétique

$$L = I\Omega + \frac{m_p m_s}{m_p + m_s} D^2 n$$

d'où

$$\dot{L} = 0 = I\dot{\Omega} + \frac{m_p m_s}{m_p + m_s} \frac{d}{dt}(D^2 n) = I\dot{\Omega} + \frac{1}{2} \frac{m_p m_s}{m_p + m_s} D \dot{D} n$$

en utilisant la 3eme relation de Kepler

$$n^2 D^3 = G(m_p + m_s)$$

## Evolution du moment cinétique

$$\frac{m_s m_p}{m_s + m_p} \frac{d(D^2 n)}{dt} = \Gamma = |\vec{r} \times \vec{F}| = -m_s D \frac{1}{D} \frac{\partial \phi_{gravi}}{\partial \theta} \Big|_{\theta=-\varepsilon} = \frac{3}{2} k_2 \frac{G m_s^2}{D^6} a^5 \sin(2\varepsilon)$$

# Evolution

## Evolution de l'énergie mécanique

$$E = \frac{1}{2} I\Omega^2 - G \frac{m_p m_s}{2D}$$

d'où

$$\dot{E} = I\Omega\dot{\Omega} + G \frac{m_p m_s}{2D^2} \dot{D} = -\frac{1}{2} \frac{m_p m_s}{m_p + m_s} n D \dot{D} (\Omega - n)$$

$$E = \frac{1}{2} I\Omega^2 - G \frac{m_p m_s}{2D}$$

Comme il y a perte d'énergie par frottement de marée, on a donc

$$\text{signe}(\dot{D}) = \text{signe}(\Omega - n)$$

- les satellites sur des orbites progrades plus loin que l'orbite planéto-synchrone vont s'éloigner
- les satellites sur des orbites progrades plus loins que l'orbite planeto-synchrone vont se rapprocher
- les satellites sur des orbites retrogrades vont se rapprocher.

### • Evolution de la trajectoire

Comme

$$\dot{E} = -\Gamma(\Omega - n)$$

nous avons

$$\dot{D} = \text{signe}(\Omega - n) 3k_2 \frac{m_s}{m_p} \left(\frac{a}{D}\right)^5 n D \sin(2\varepsilon) = \text{signe}(\Omega - n) 3k_2 \frac{m_s}{m_p} a^5 \frac{\sqrt{G(m_s + m_p)}}{Q_p D^{11/2}}$$

Pour la Terre,  $2\varepsilon = 1/350 = 1/Q_p$  et  $da/dt = 10^{-9} \text{ ms}^{-1}$

# Ordres de grandeur

---

- Si les nombres de Love ne sont pas connus, on peut utiliser l'approximation pour une planète homogène

$$h_2 = \frac{5/2}{1 + \tilde{\mu}}; k_2 = \frac{3/2}{1 + \tilde{\mu}}$$
$$\tilde{\mu} = \frac{19\mu}{2\rho g C_s}$$

$C_s$  = rayon de la planète  
 $g$  = gravité

- Temps de « despinning » assez variables
  - Mercure ( Soleil)            4 10<sup>9</sup> ans
  - Terre    (Lune)                10 10<sup>9</sup> ans
  - Venus (Soleil)                50 10<sup>9</sup> ans
  - Lune (Terre)                 20 10<sup>6</sup> ans
  - Io (Jupiter)                 2000 ans
  - Europe(Jupiter), Ariel (Uranus)            10-50 000 ans

# Temps de despining

Body	Type	Perturber	$k_2$	$Q$	$\tau$ (y)
Mercury	rocky	Sun	(0.1)	(100)	$4 \times 10^9$
Venus	rocky	Sun	0.25	(100)	$6 \times 10^{10}$
Earth	rocky	Sun	0.299	12	$5 \times 10^{10}$
Mars	rocky	Sun	0.14	86	$7 \times 10^{12}$
Earth	rocky	Moon	0.299	12	$1 \times 10^{10}$
Moon	rocky	Earth	0.030	27	$2 \times 10^7$
Phobos	rocky	Mars	(0.0000004)	(100)	$3 \times 10^5$
Io	rocky	Jupiter	(0.03)	(100)	$2 \times 10^3$
Europa	rocky	Jupiter	(0.02)	(100)	$4 \times 10^4$
Hyperion	icy	Saturn	(0.0003)	(100)	$1 \times 10^9$
Miranda	icy	Uranus	(0.0009)	(100)	$8 \times 10^5$
Ariel	icy	Uranus	(0.10)	(100)	$1 \times 10^4$
Triton	icy	Neptune	(0.086)	(100)	$4 \times 10^4$
Charon	icy	Pluto	(0.006)	(100)	$6 \times 10^5$
Pluto	icy	Charon	(0.06)	(100)	$1 \times 10^7$



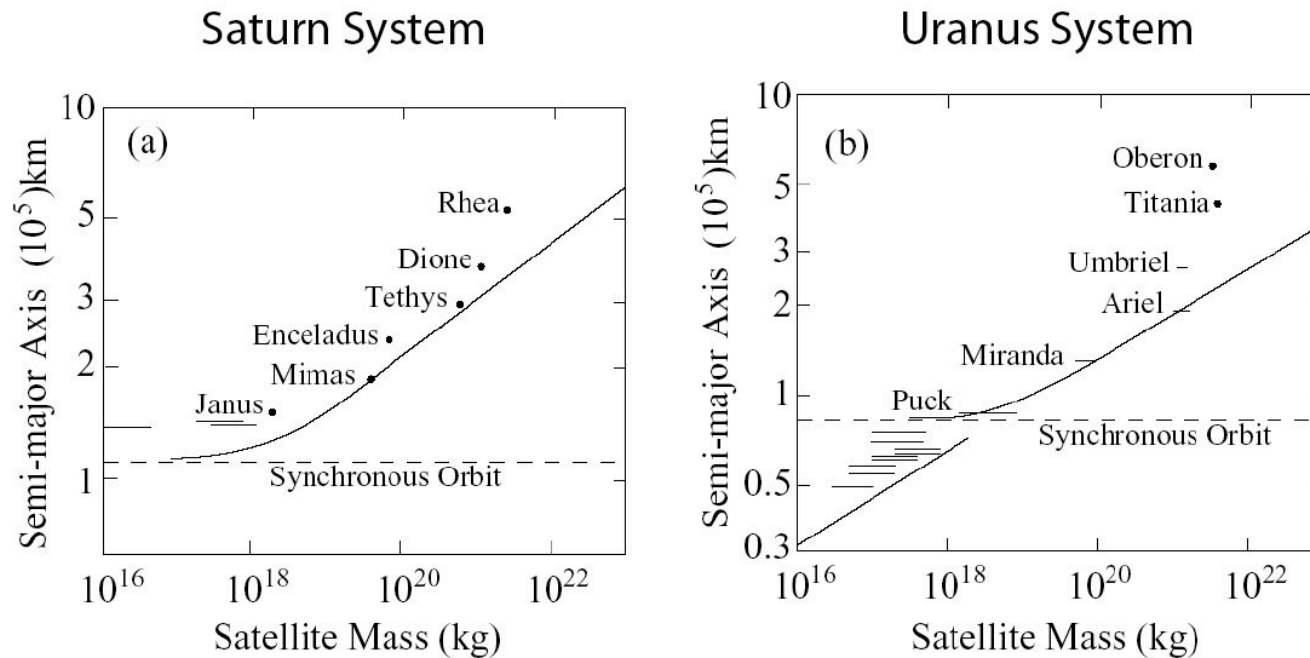
# Evolution

L'intégration de l'équation donne alors, pour un satellite au cours du temps

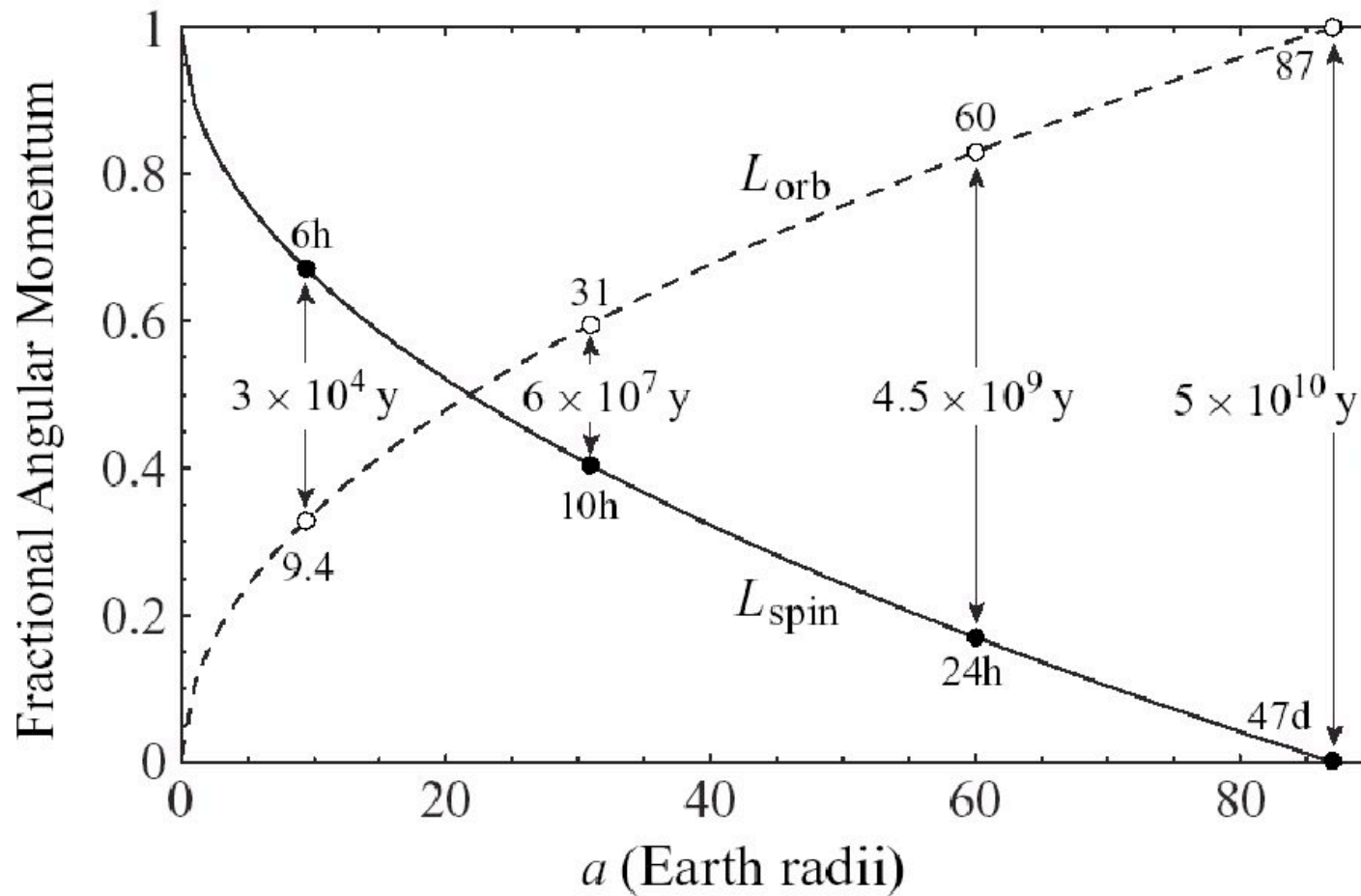
$$\frac{2}{13} a_0^{13/2} \left( 1 - \left( \frac{a_i}{a_0} \right)^{13/2} \right) \approx \frac{2}{13} a_0^{13/2} = \frac{3k_2}{Q_p} \frac{m_s}{m_p} a^5 \sqrt{G(m_s + m_p)} t$$

Pour un instant donné et plusieurs satellites, nous avons par contre :

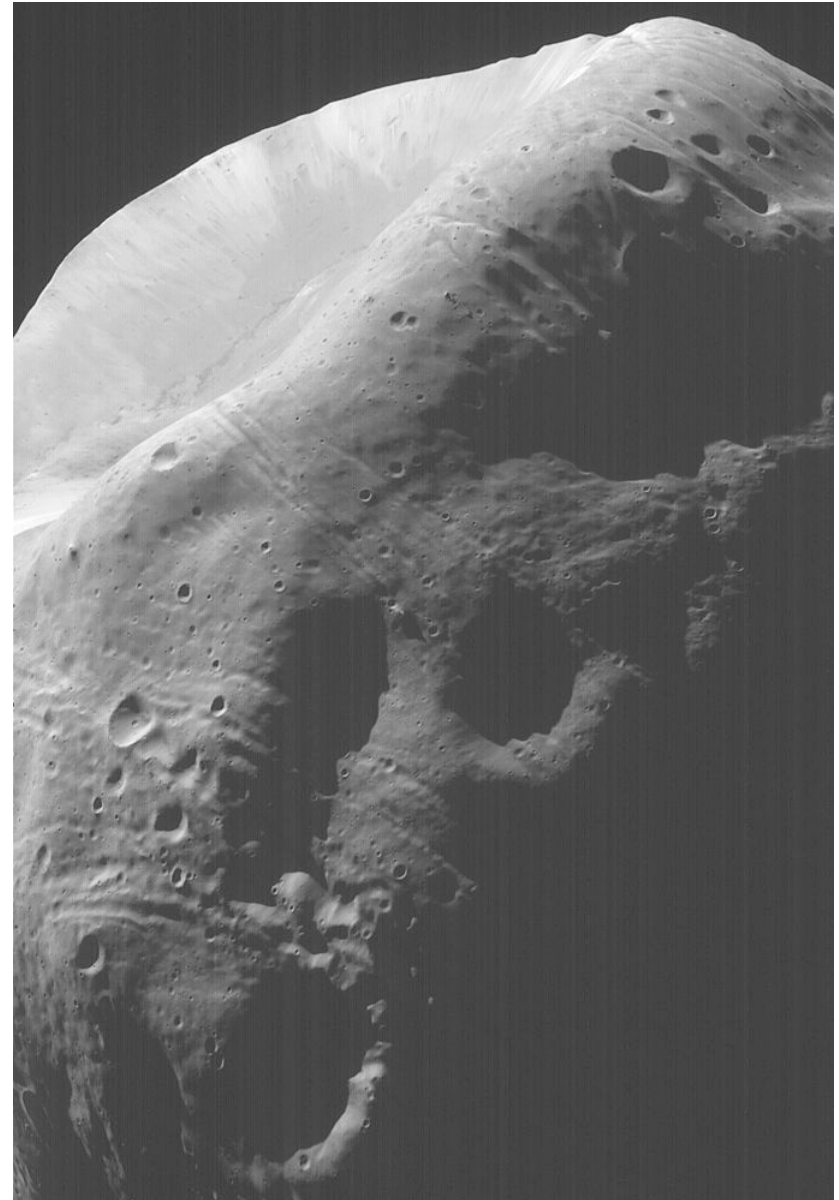
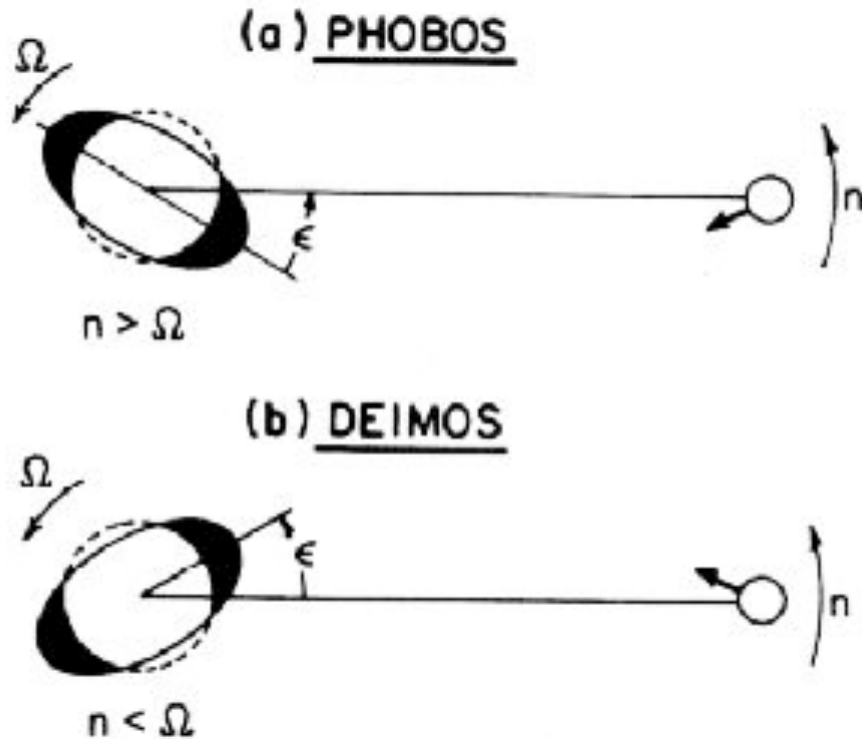
$$\log a_0 = \frac{2}{13} \log m_s + cte$$



# Evolution lunaire



# Accélération séculaire de Phobos



- éloignement lent de Deimos
- chute de Phobos d'ici 20-30 millions d'années

# Lune: ordre de grandeur

---

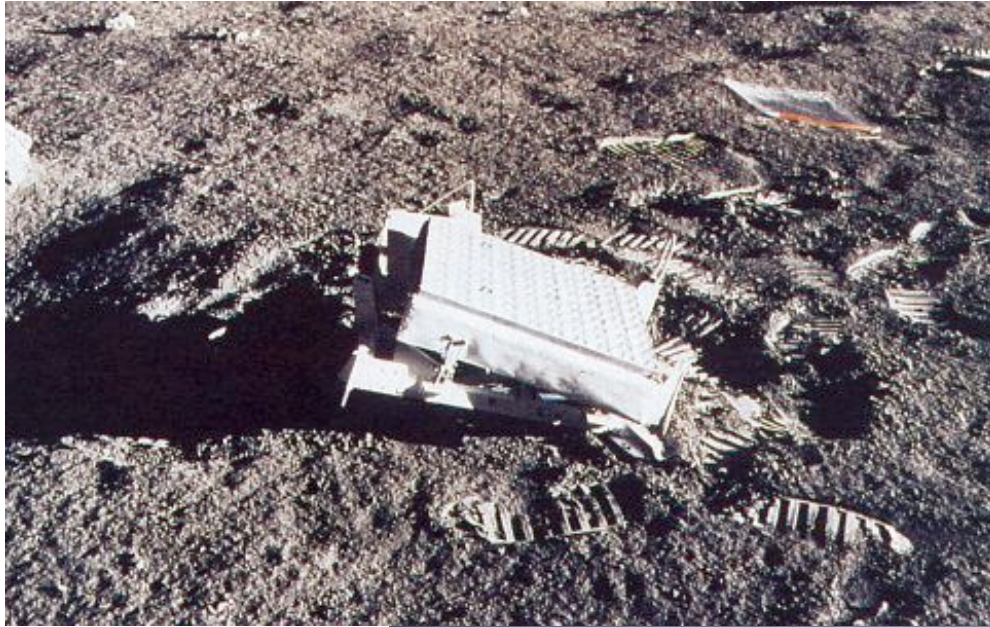
Observation de la durée du jour

400  $\pm$ 7 jours il y a 650 millions d'années

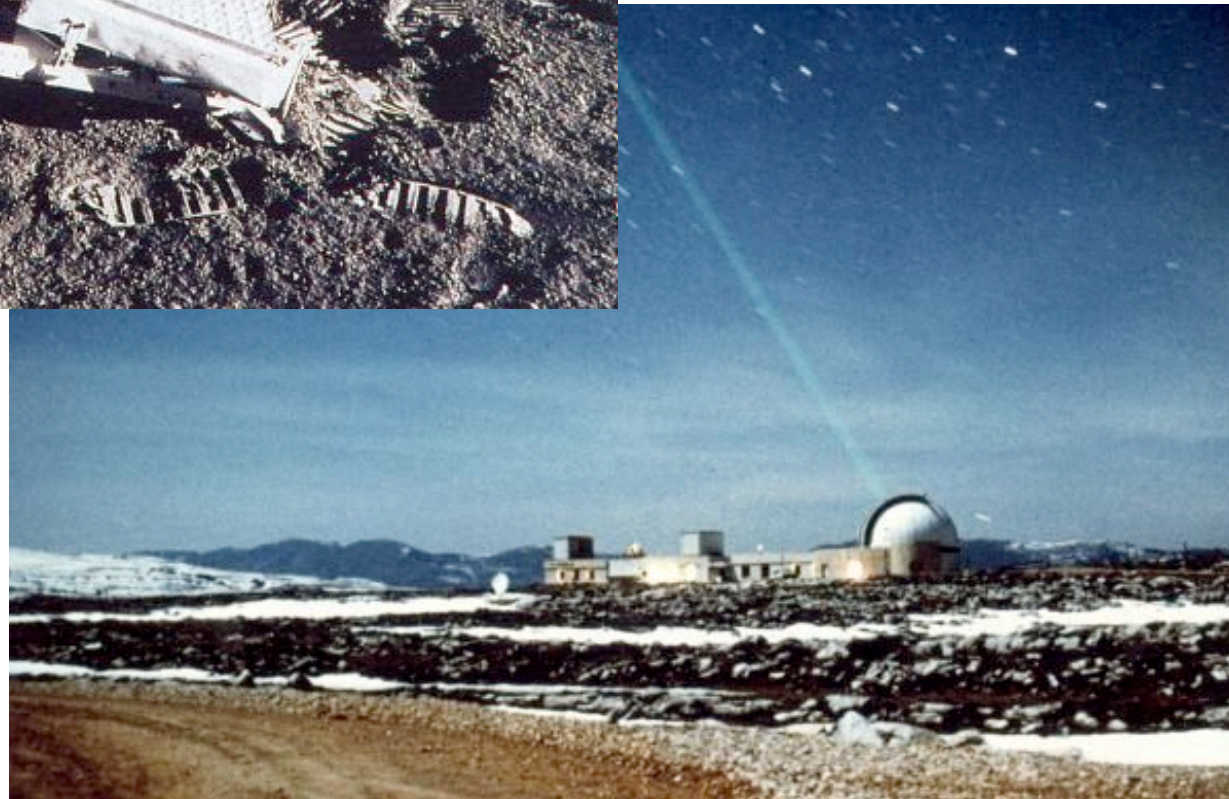
443 jours avec les valeurs actuelles de l'atténuation  
variation actuelle de 2.4 ms/siècle

# Mesure pour la Lune

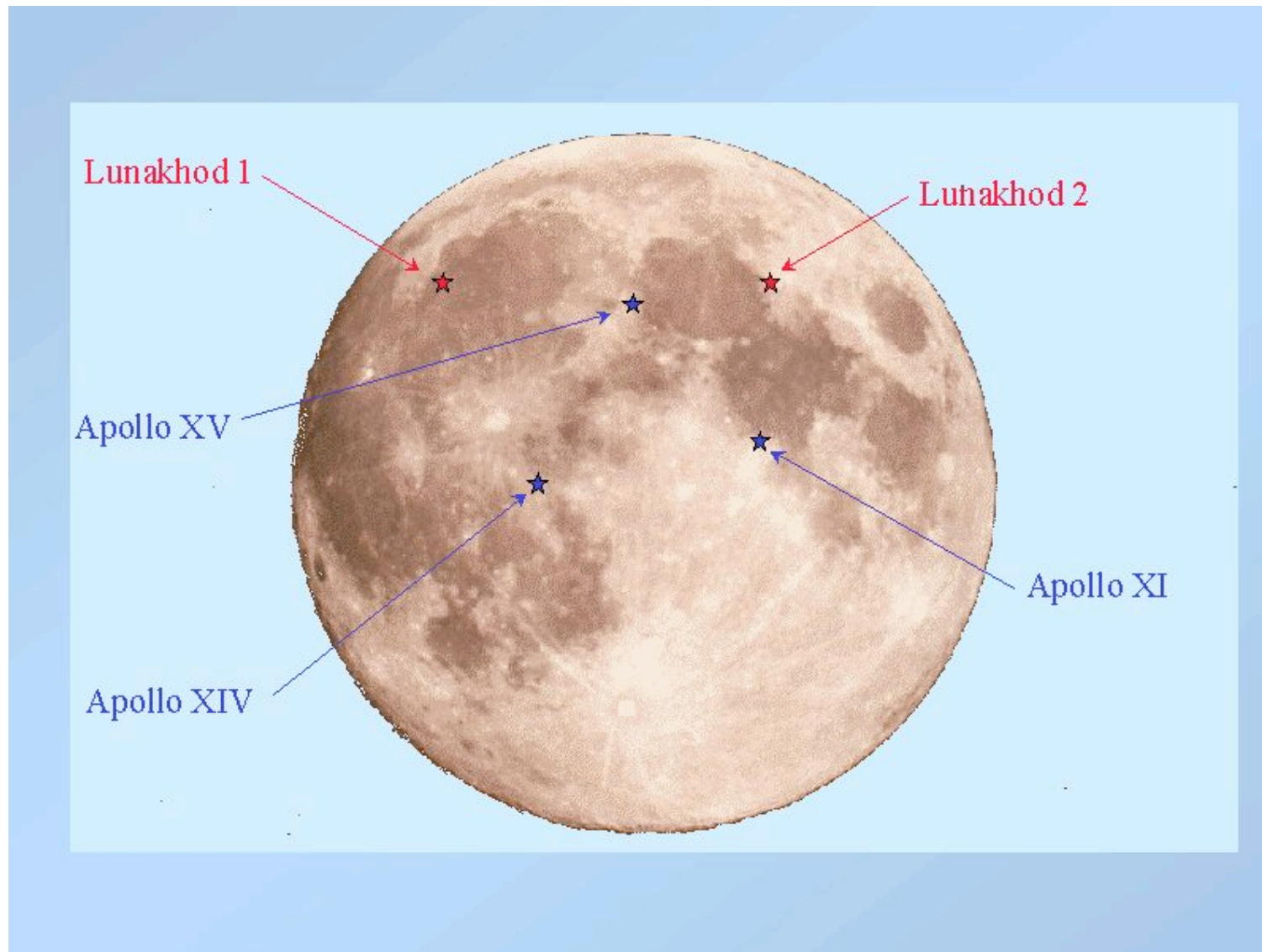
---



- $C/Ma2 = 0.3932 \pm 0.0002$

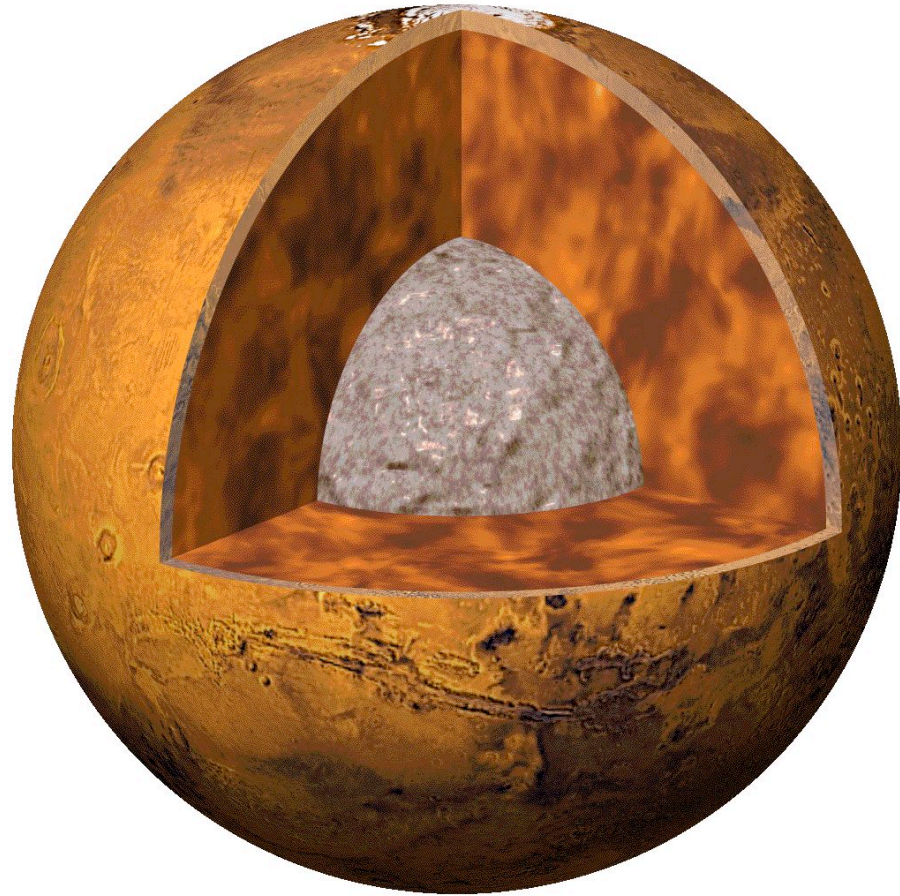


# Position des réflecteurs sur la Lune



# Mars

---



# Mesure pour Mars

- Mesures de Doppler et de distance de Pathfinder, 20 ans après Viking
- Mesure directe de la vitesse de précession des équinoxes
- Le moment d'inertie est déduit à partir de l'équation de la rotation de la planète
  - Calcul des moments exercés par l'attraction des autres planètes

Constante de précession:

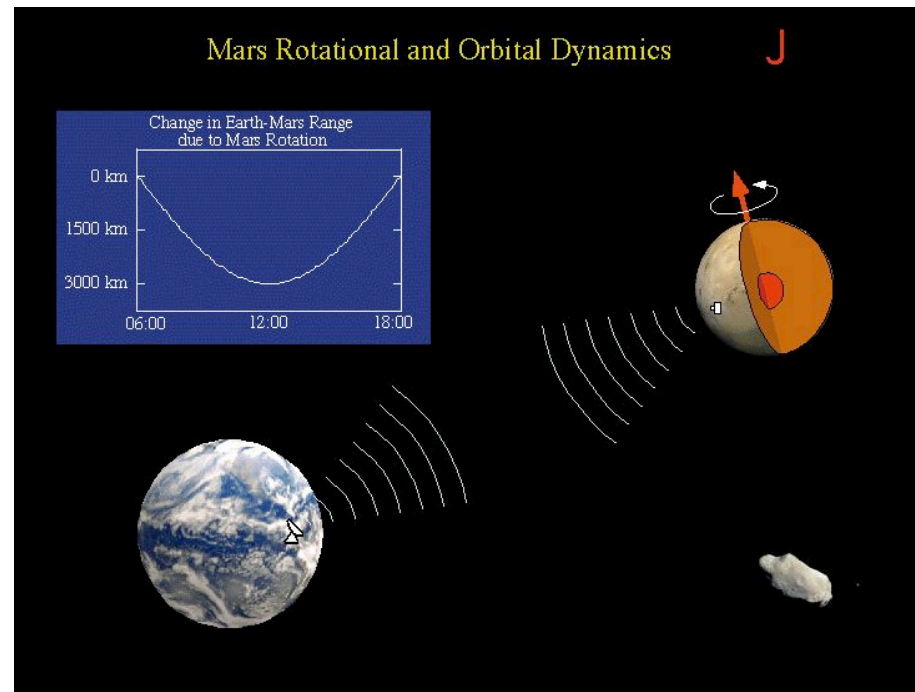
$-7576 \pm 35$  mas/an

Période de précession:

170 000 ans

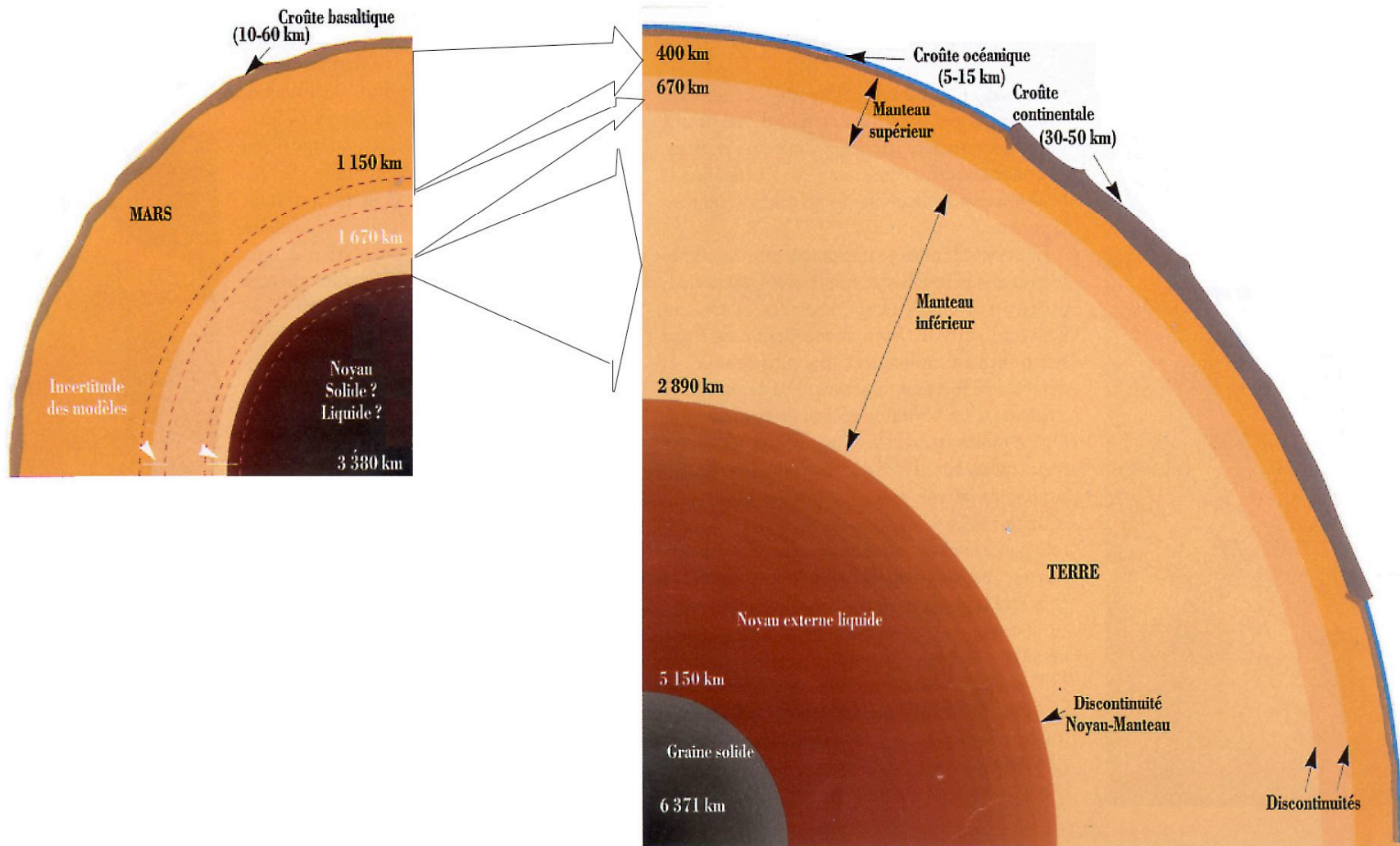
Moment d'inertie C

$C/Mr^2 = 0.3662 \pm 0.0017$



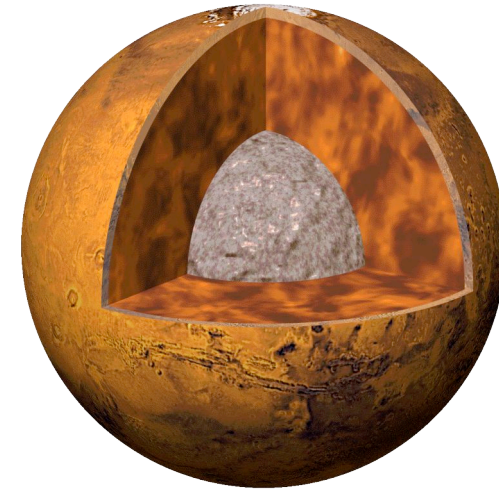
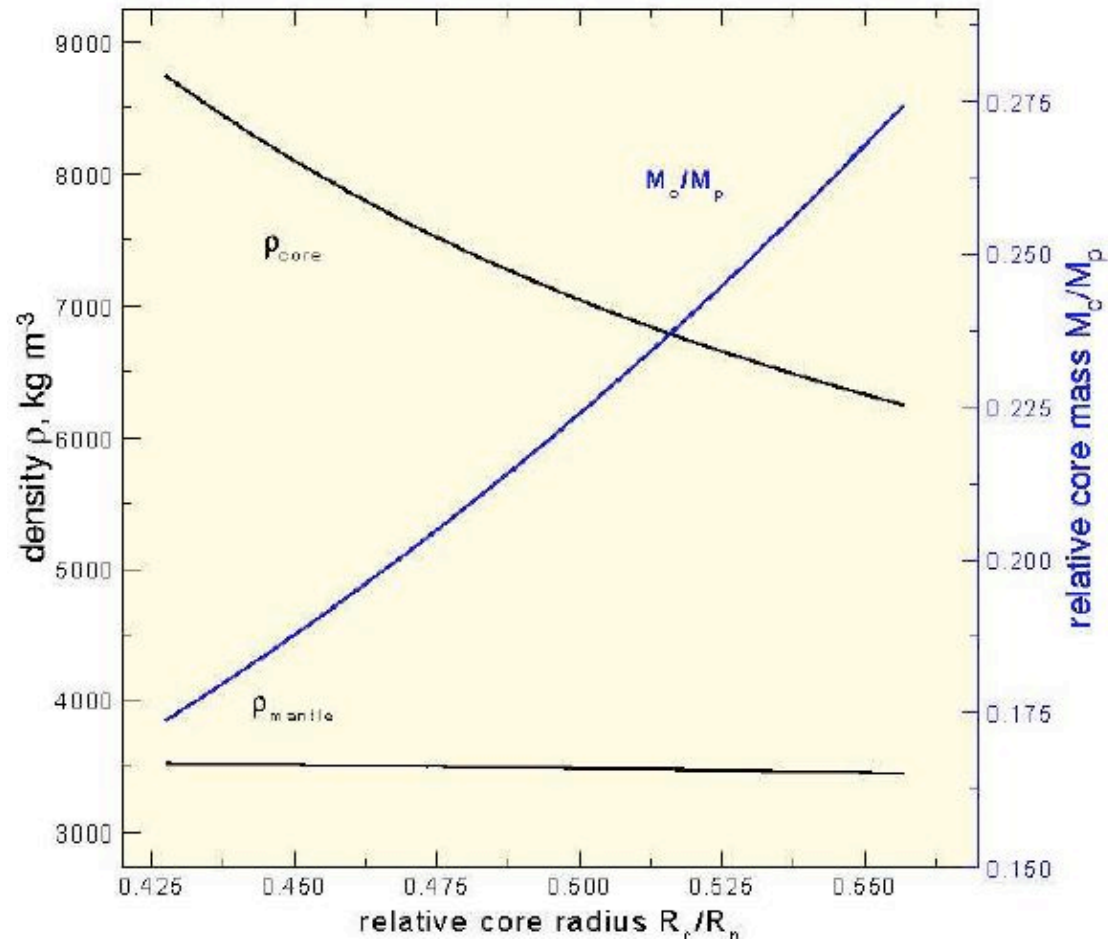


# Structure interne a priori



# Mars et son noyau

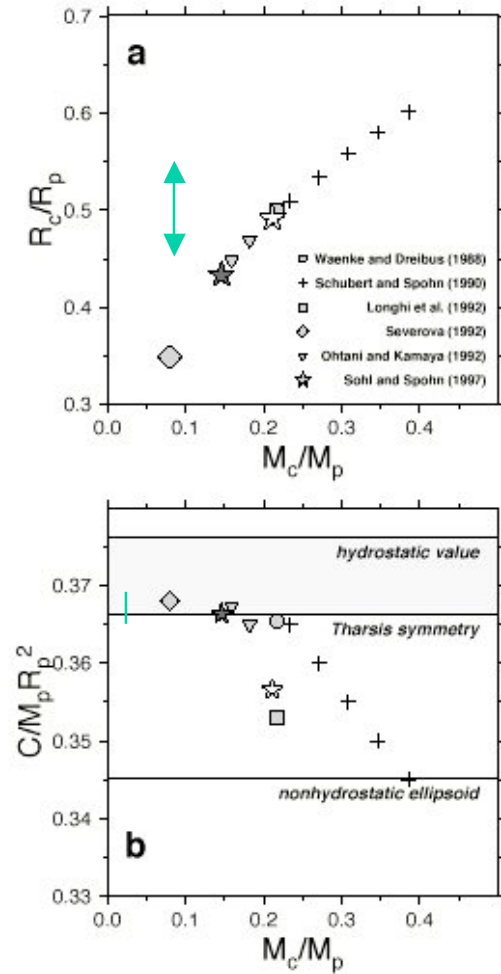
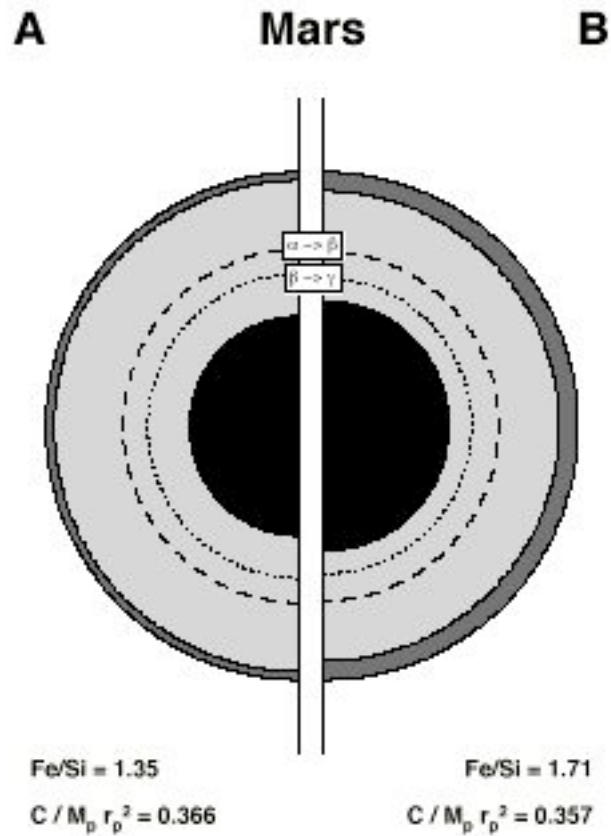
Mantle and Core Densities and Core Mass Fraction



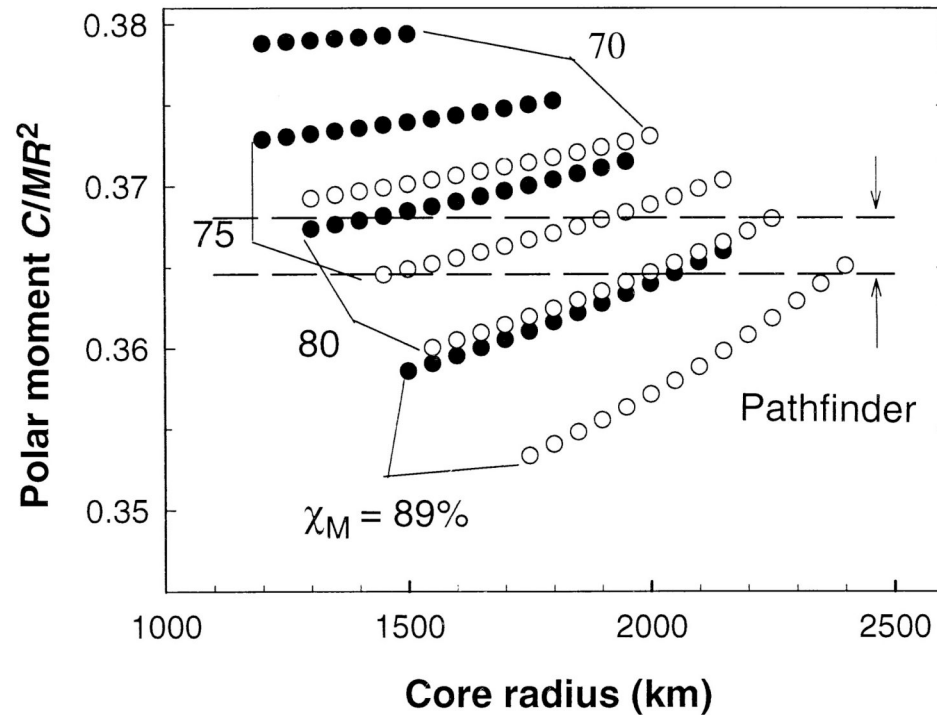
Mars

- **2 nombres sont disponibles**  
Si la densité du manteau est donnée, deux nombres peuvent être estimés ( taille et densité du noyau)

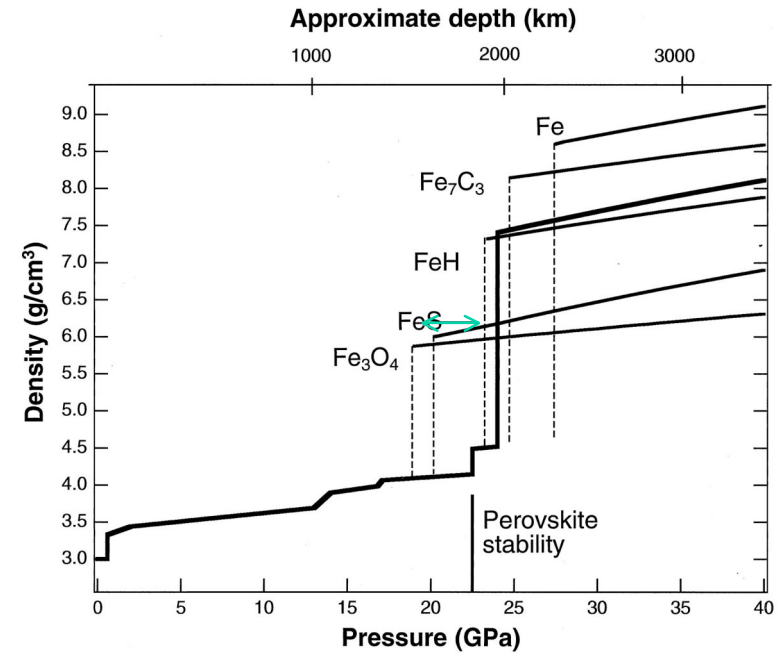
# Geophysical constraints...



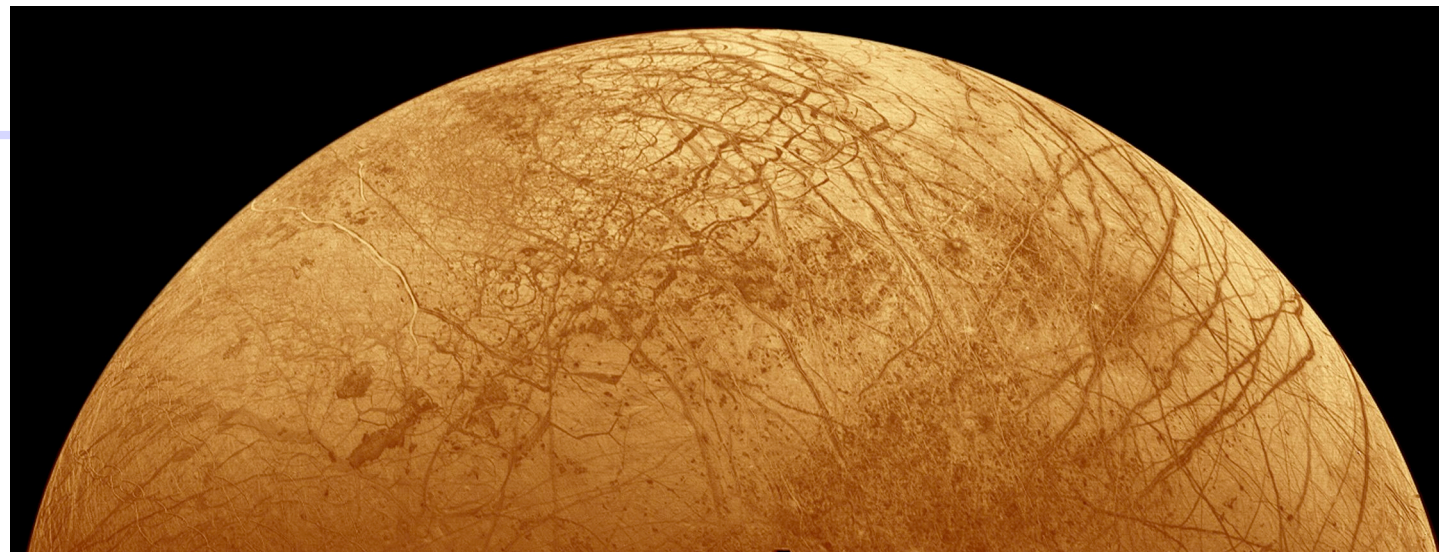
# Other constraints on the mantle and core ?



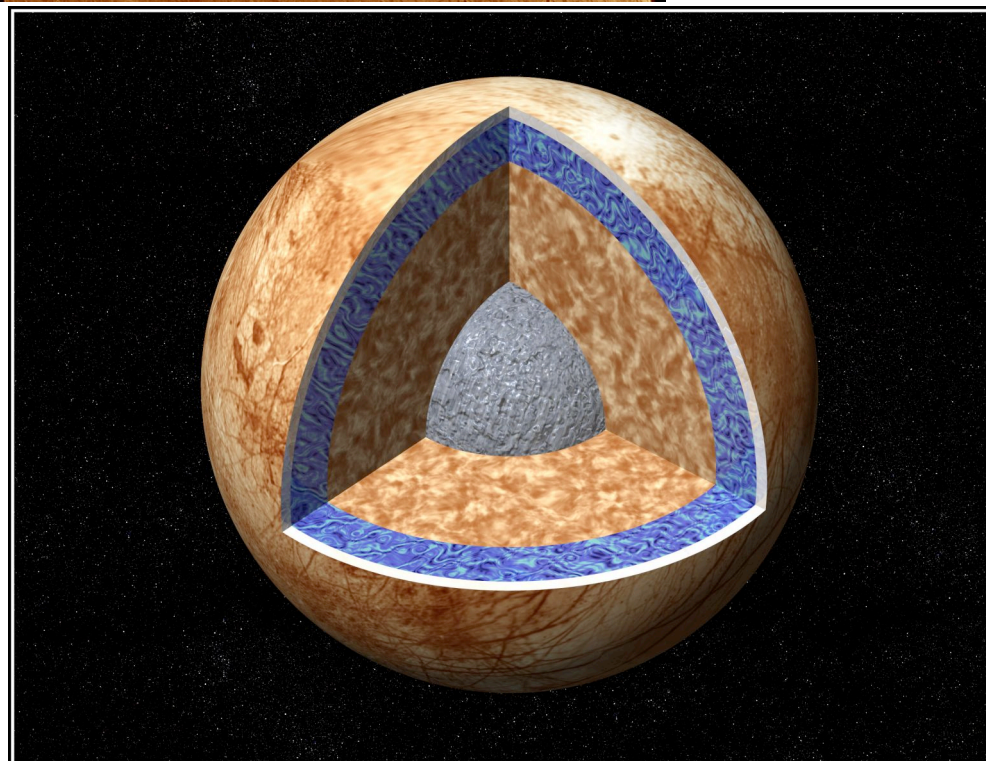
Constraints on the mantle temperature and Fe/Fe+Mg ratio:  
Folkner et Yoder, 1997



Constraints on the core size and composition: Bertka et Fei, 1998



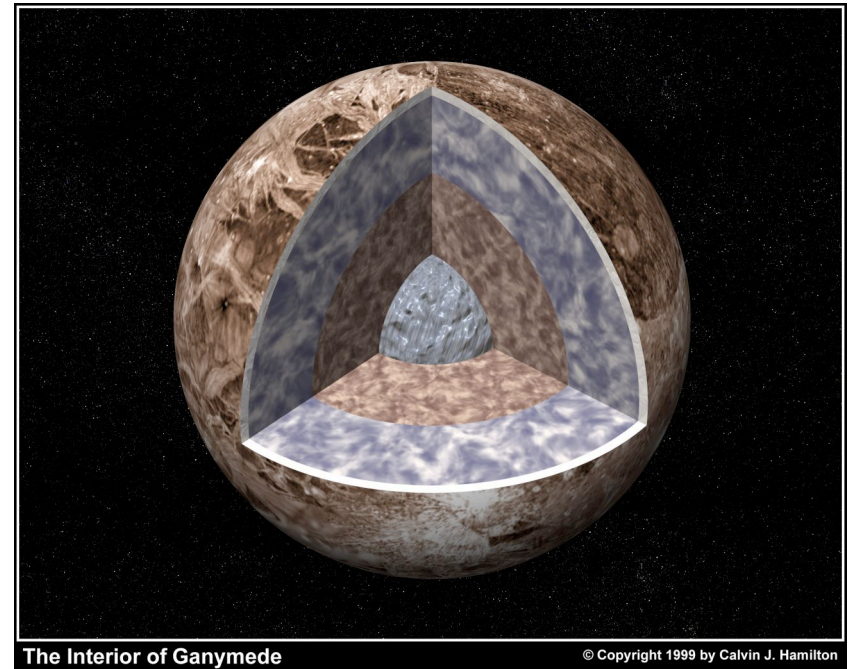
# Europa



The Interior of Europa

# Ganymede

---



---

Autre contrainte: marée

# Nombre de Love et structure

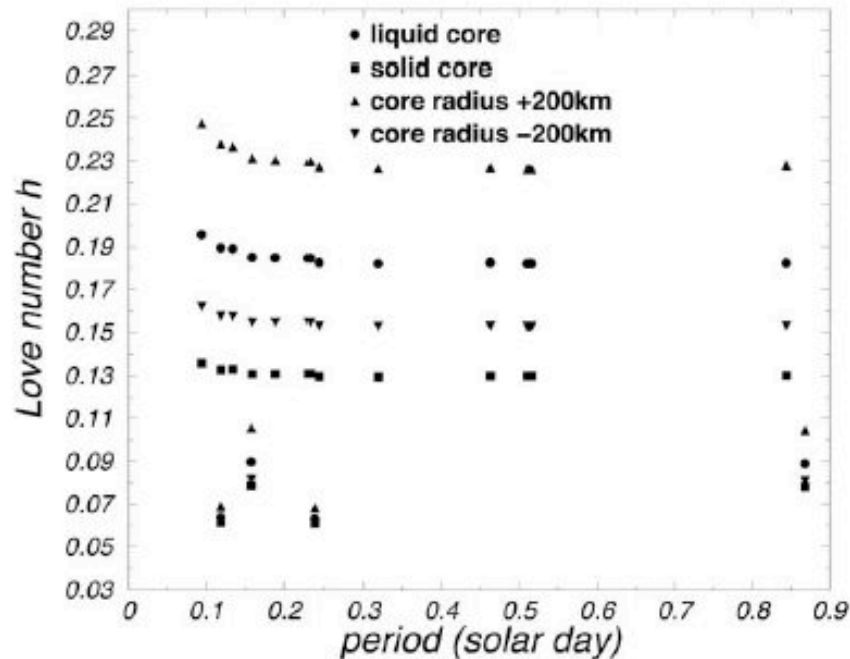


Fig. 5. Love number  $h^{(0)}$  for subdiurnal tides. Values of about 0.09 and about 0.06 are found for Love numbers of degree 3 and degree 4, respectively. All other values are for degree 2.

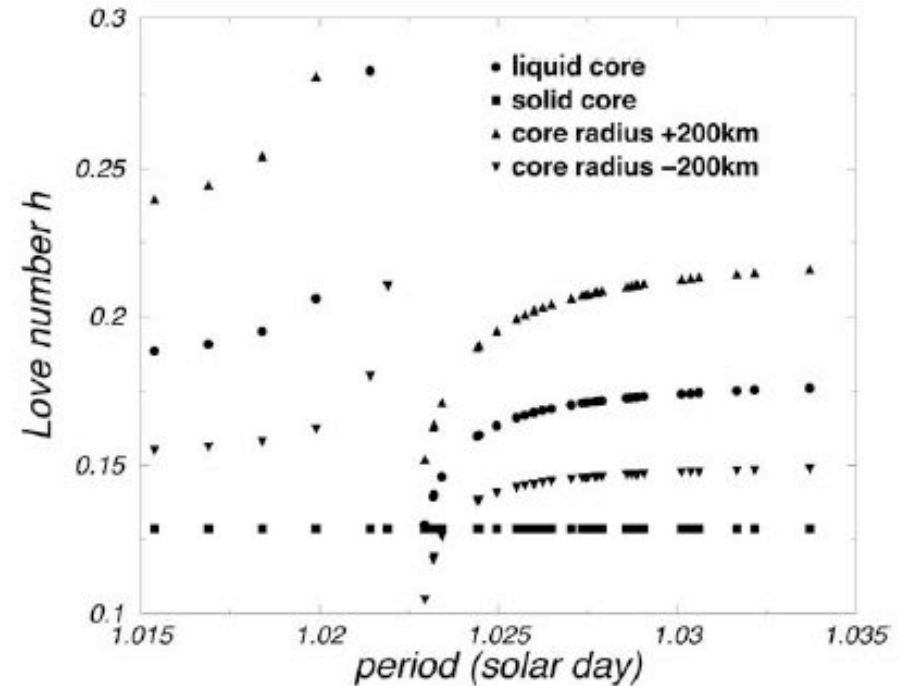


Fig. 6. Degree 2 Love number  $h^{(0)}$  for diurnal tides.

- Exemple de Mars ( cas avec ellipticit )



# Spectre d'excitation de marées (Mars)

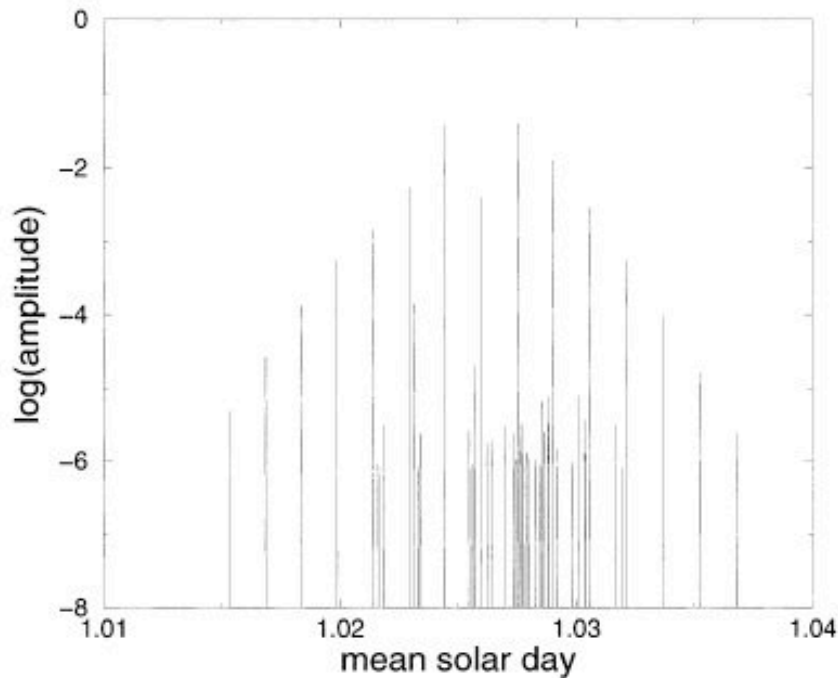


Fig. 2. Amplitudes of the diurnal tidal spectrum.

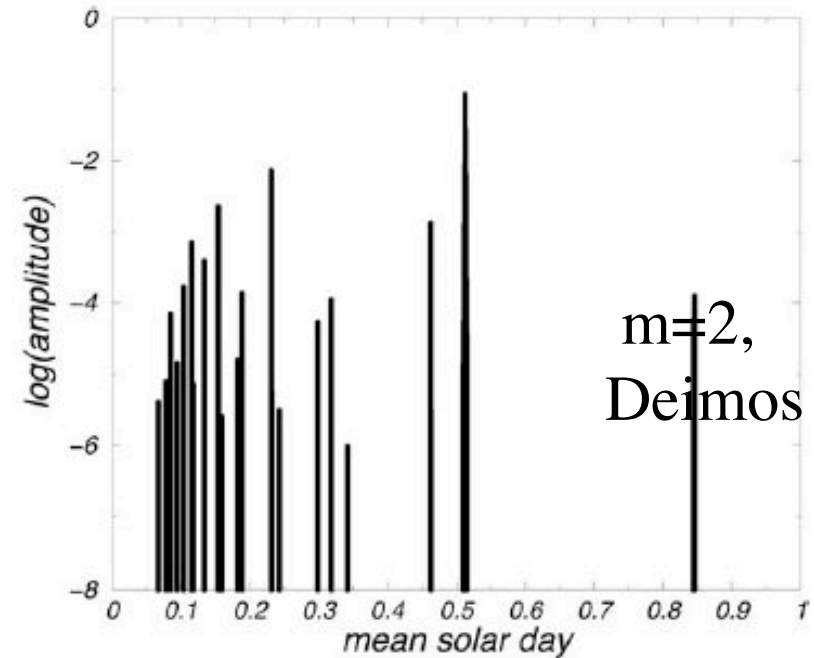


Fig. 4. Amplitudes of the subdiurnal tidal spectrum.

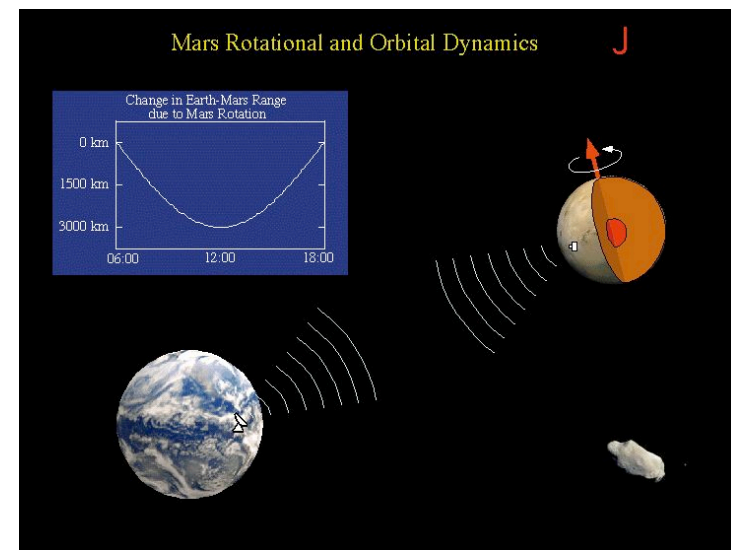
- spectre d'excitation ( compte tenue de l'excentricité et inclinaison des orbites)
- Période: Deimos ( 30h18), Phobos, (7h39), Mars 24h37
- ordre de grandeur  $\sim 1\text{cm}$  et  $10^{-8}$  de variation du potentiel

## Geophysical existing constraints (JPL radio-science team)

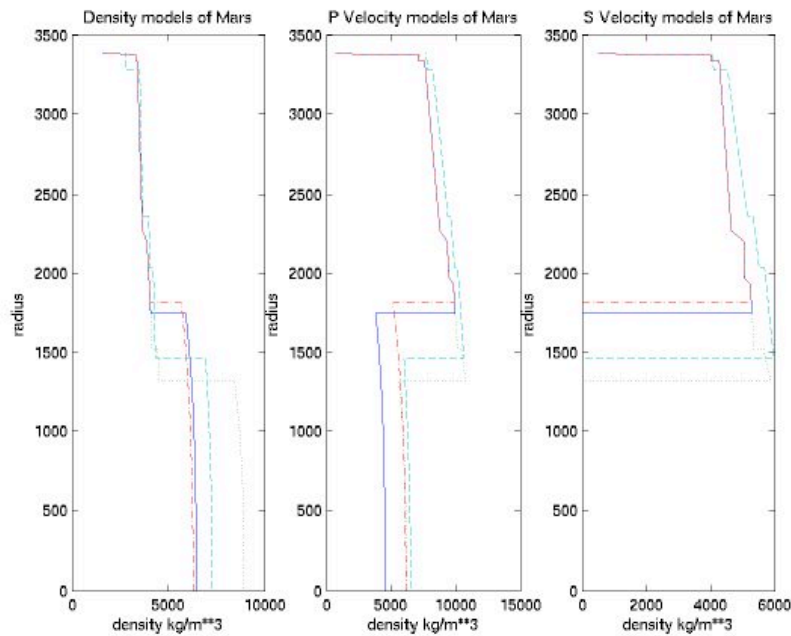
- **Moment of Inertia from Pathfinder**
  - Doppler and Range measurements from Pathfinder, 20 years after Viking
  - Direct measurement of the solar precession
  - Moment of inertia is then computed from the solid body equation of the planet
- **Solid tide Love Number from MGS gravity data**
  - The observed  $k_2$  is large enough to rule out a solid iron core and also indicates that at least the outer part of the core is liquid.

Love Number  
 $k_2 = 0.153 \pm 0.017$   
( $\pm 11\%$ )

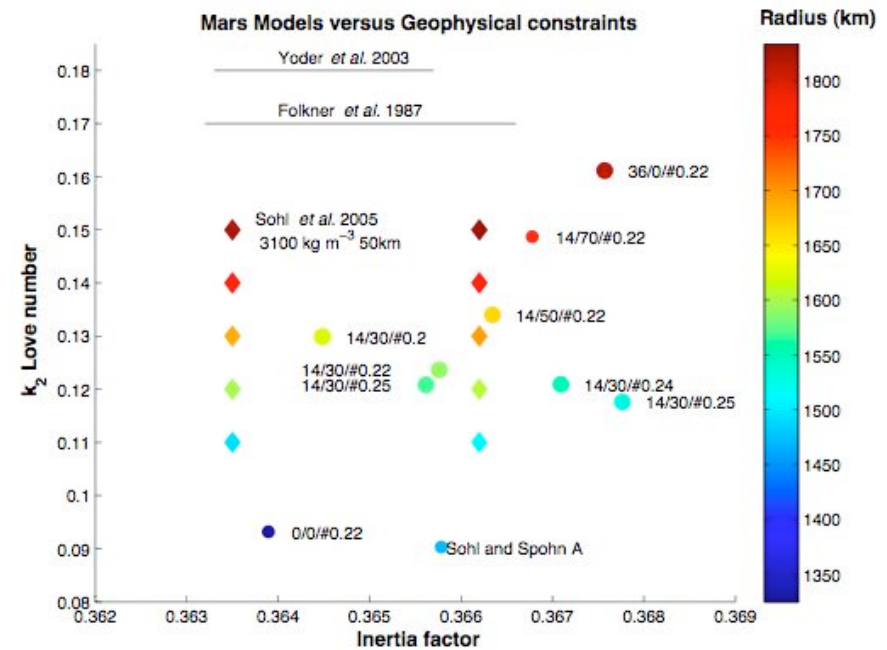
Inertia factor C  
 $C/Mr^2 = 0.3662 \pm 0.0017$   
( $\pm 0.46\%$ )



# Impact du nombre de Love

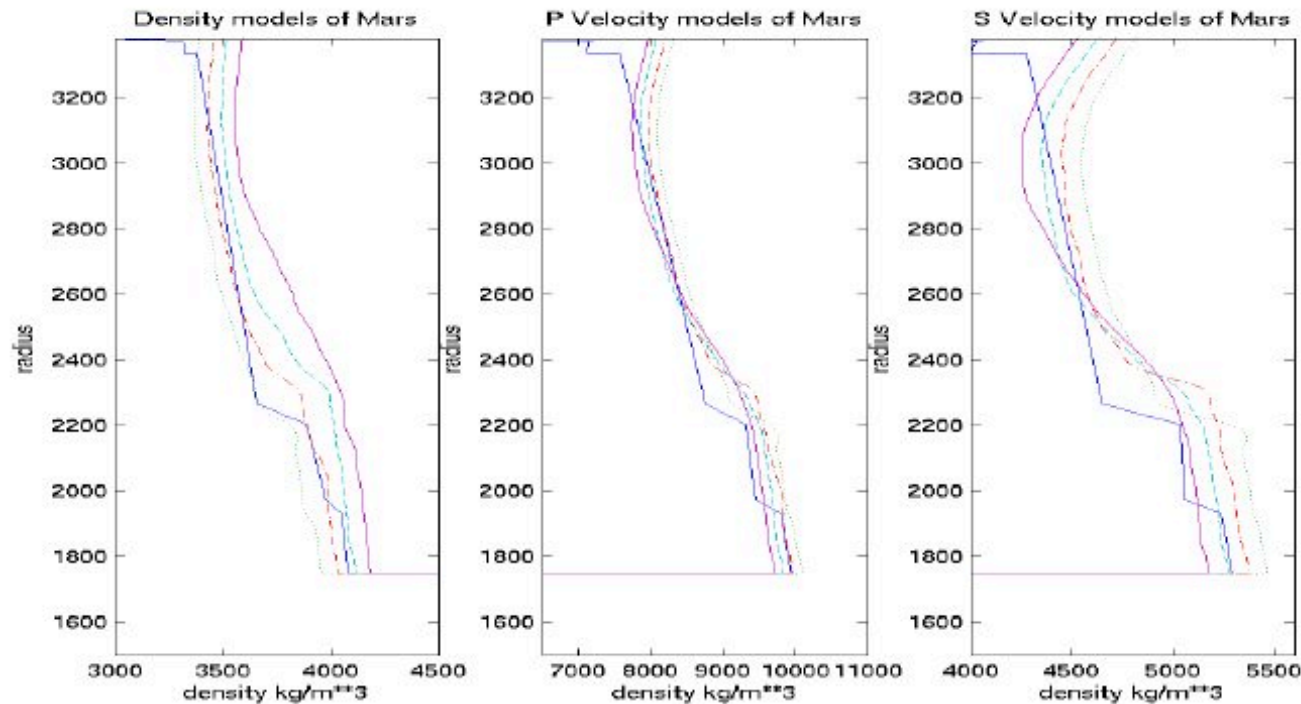


**Figure 8:** Models of Sohl and Spohn [1997], dashed line, and 3 models of *Gudkova & Zharkov* [2004]. The solid line and dotted line are for an hydrogen content in the core of 50% and 70%, with 14% of Sulfur in both cases, while the dashdotted line is for a sulfur content of 35% without hydrogen. *Sohl and Spohn* model has no hydrogen and 14% in sulfur.



- a priori, noyau relativement riche en éléments légers ( S, H, Si, ?) et liquide

# Incertitudes actuelles



**Figure 10:** Mantle models of Mars, in term of density and seismic velocities for the model M7 of *Gudkova and Zharkov* [2004], continuous line, and the 4 models of *Mocquet et al.* [1996]. Models of *Mocquet et al.* [1996] have an increasing content of iron of 10,20,30 and 40 %, associated to dotted, dashdot, dashed and solid line. The main effect of an increase in Iron is to smooth the seismic discontinuities associated to  $\alpha$ -olivine to  $\beta$ -spinel and  $\beta$ -spinel to  $\gamma$ -spinel. *Gudkova and Zharkov* model has a 22% iron content in the mantle. The difference in depth of the discontinuities is mainly related to change in the core mantle boundary temperature. A temperature of about 2100K is taken at the CMB for the model of *Gudkova and Zharkov* [2004], while a more complex model, with temperature inversion in the mantle and mantle temperature about 500K colder at the depth of the discontinuities is take for *Mocquet et al.* [1996]. These colder temperatures shift the discontinuity to shallower depth.

---

# Autre effet des marées

# Marées sur les satellites

- Orbite synchrone= nouvelles expression

$$V_s = -G \frac{m_p}{a} \left( \frac{C_s}{a} \right)^2 \left[ P_2(\cos \beta) + 3e P_2(\cos \beta) \cos nt + 3e \sin^2 \theta \sin 2\phi \sin nt \right]$$

$$= -\xi_1 g P_2(\cos \beta) - \xi_2 g P_2(\cos \beta) \cos nt - \xi_3 g \sin^2 \theta \sin 2\phi \sin nt$$

$$u(\theta, \phi, t) = -H \frac{V_s}{g} = H(\xi_1 P_2(\cos \beta) + \xi_2 P_2(\cos \beta) \cos nt + \xi_3 \sin^2 \theta \sin 2\phi \sin nt)$$

- Cas homogène:

– Pour une déformation  $\varepsilon$ , il faut exercer une force par unité de surface de  $\frac{19}{5} \mu \varepsilon$

- Energie radiale (second terme)
- Energie librationnelle ( troisième terme)

$$E_{radial} = \oint dA \frac{19}{10} \mu \varepsilon_{max}^2 C_s [P_2(\cos \beta)]^2$$

$$E_{libration} = \oint dA \frac{19}{10} \mu \varepsilon_{max}^2 C_s [\sin^2 \theta \sin 2\phi]^2$$

$$dA = 2\pi C_s^2 \sin \beta d\beta$$

# Bilan énergétique

$$E_{radial} = \frac{57}{50} \mu \varepsilon_{\max}^2 \frac{4}{3} \pi C_s^3 \approx \frac{27e^2}{4\tilde{\mu}} \left[ \frac{C_s}{a} \right]^5 \frac{Gm_p^2}{a}$$

$$E_{libration} = \frac{4}{3} \frac{57}{50} \mu \varepsilon_{\max}^2 \frac{4}{3} \pi C_s^3 \approx \frac{4}{3} \frac{27e^2}{4\tilde{\mu}} \left[ \frac{C_s}{a} \right]^5 \frac{Gm_p^2}{a}$$

$$E_{radial} + E_{libration} = \frac{63e^2}{4\tilde{\mu}} \left[ \frac{C_s}{a} \right]^5 \frac{Gm_p^2}{a}$$

- Conséquence sur l'ellipticité

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{nE_o}{Q}$$

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = -2 \frac{1}{e} \frac{de}{dt}$$

$$E = -\frac{Gm_s m_p}{2p} (e^2 - 1) = -\frac{Gm_s m_p}{2a}$$

$$p = \frac{C^2}{G(m_s + m_p)}$$

Q est le coefficient de qualité du satellite (viscosité et frottements)

$E_o$  et E sont l'énergie de la marée et l'énergie mécanique orbitale totale, e l'excentricité de son orbite

Lois de Kepler  $p = \text{constant}$  car le moment cinétique est constant. C constante des aires

# Temps d'évolution

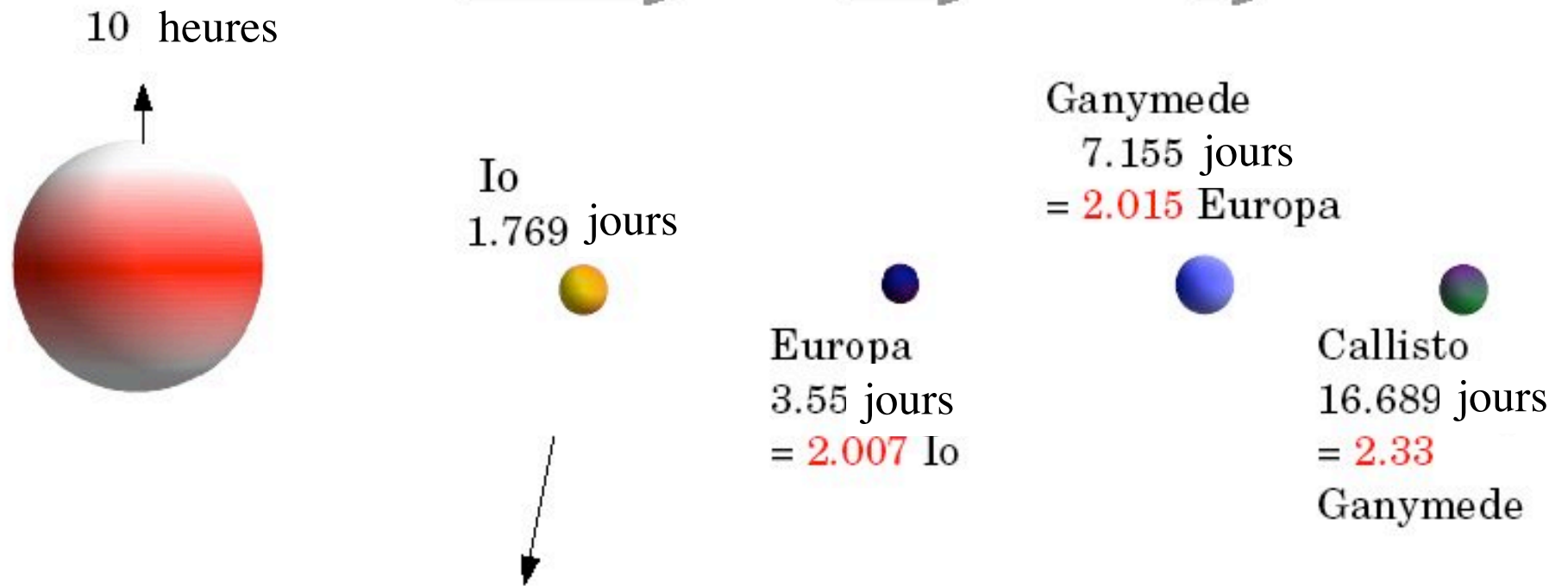
- Expression 
$$\tau_e = -\frac{e}{\dot{e}} = \frac{4}{63} \frac{m_s}{m_p} \left[ \frac{a}{C_s} \right]^5 \frac{\tilde{\mu} Q}{n}$$

Satellite	Type	$\tilde{\mu}_s$	$Q_s$	$e$	$\dot{E}$ (W)	$\tau_e$ (y)
Moon	rocky	50	27	0.0549	$3 \times 10^8$	$2 \times 10^{10}$
Io	rocky	(40)	(100)	0.0043	$3 \times 10^{12}$	$6 \times 10^6$
Europa	rocky	(80)	(100)	0.0101	$1 \times 10^{11}$	$3 \times 10^8$
Mimas	icy	(2700)	(100)	0.0202	$3 \times 10^8$	$3 \times 10^8$
Enceladus	icy	(2000)	(100)	0.0045	$1 \times 10^7$	$7 \times 10^8$
Titan	rocky/icy	(9)	(100)	0.0289	$4 \times 10^{10}$	$2 \times 10^9$
Miranda	icy	(1700)	(100)	0.0027	$3 \times 10^6$	$3 \times 10^8$
Ariel	icy	(1500)	(100)	0.0034	$2 \times 10^7$	$6 \times 10^7$
Triton	icy	(20)	(100)	0.0000	0	$9 \times 10^7$

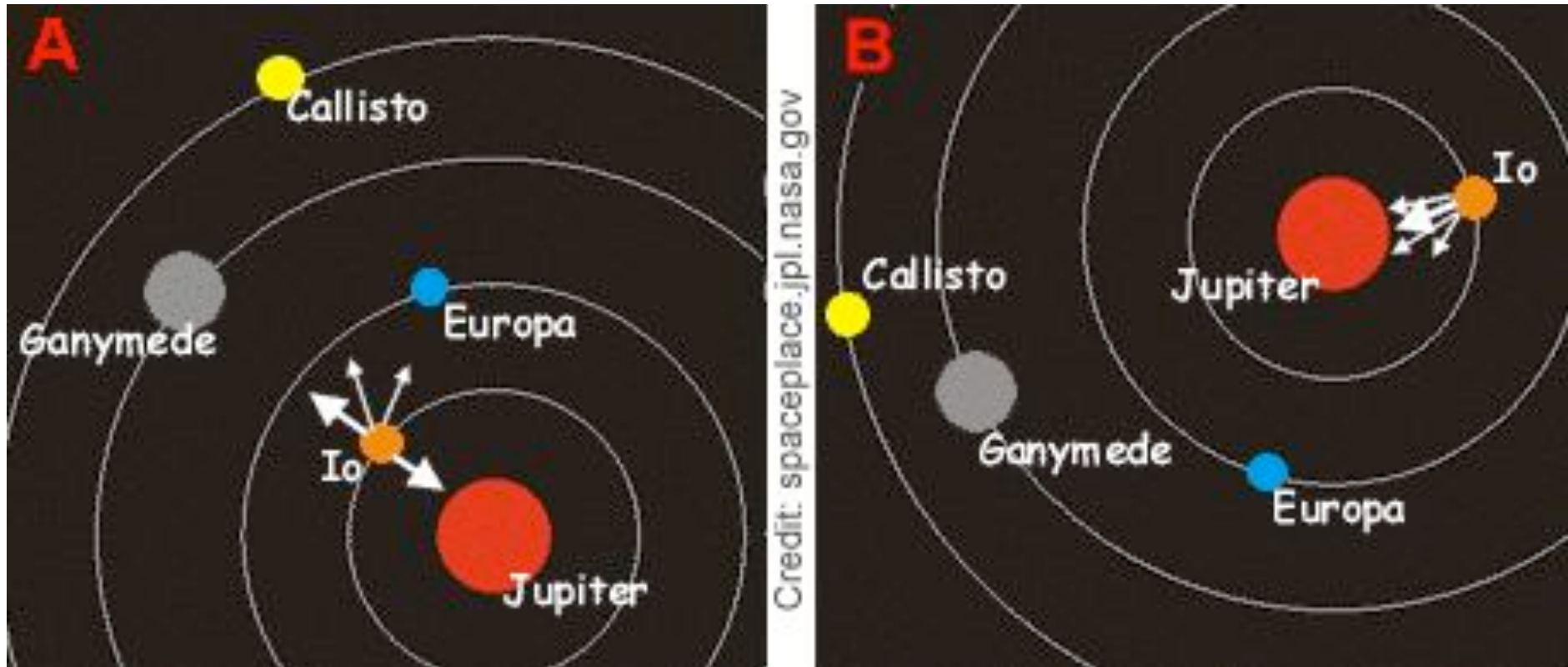


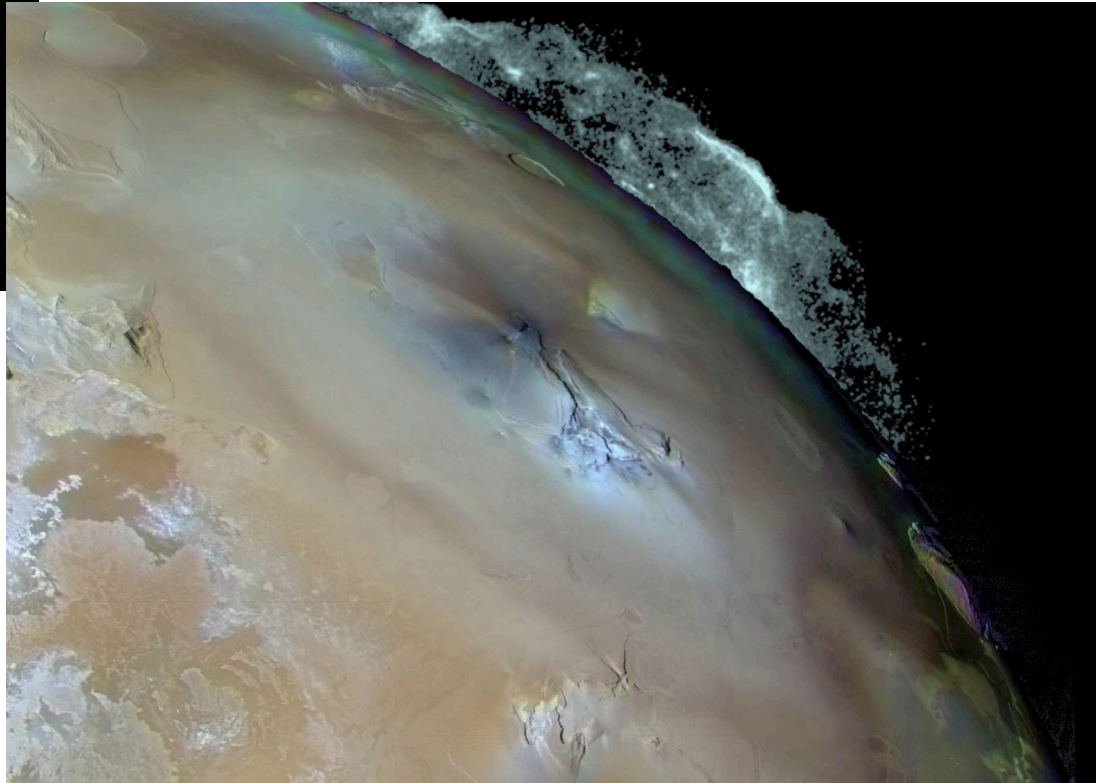
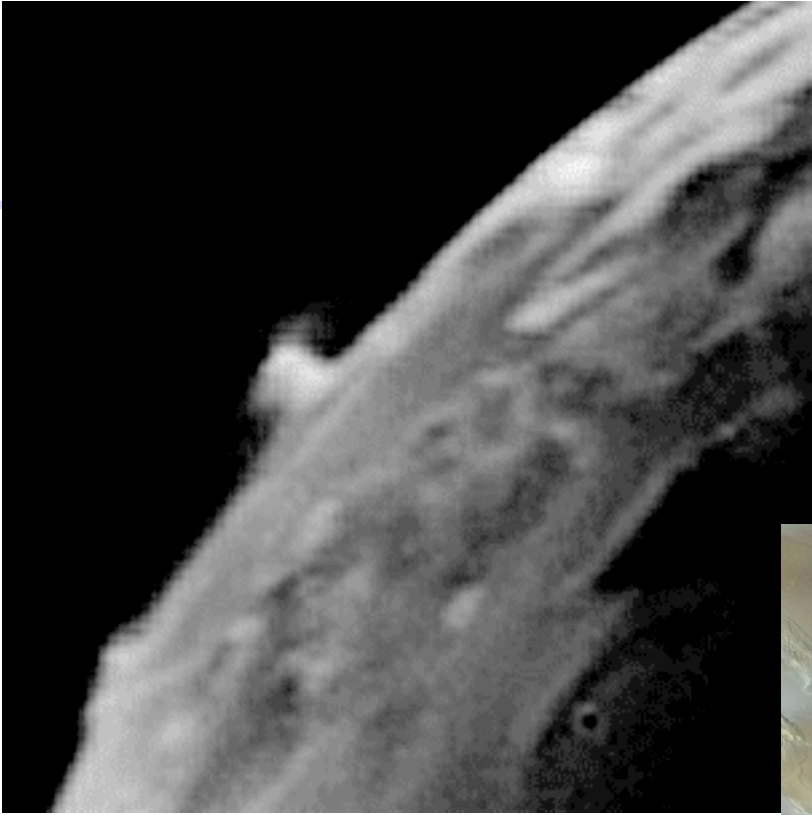
# Io et Jupiter

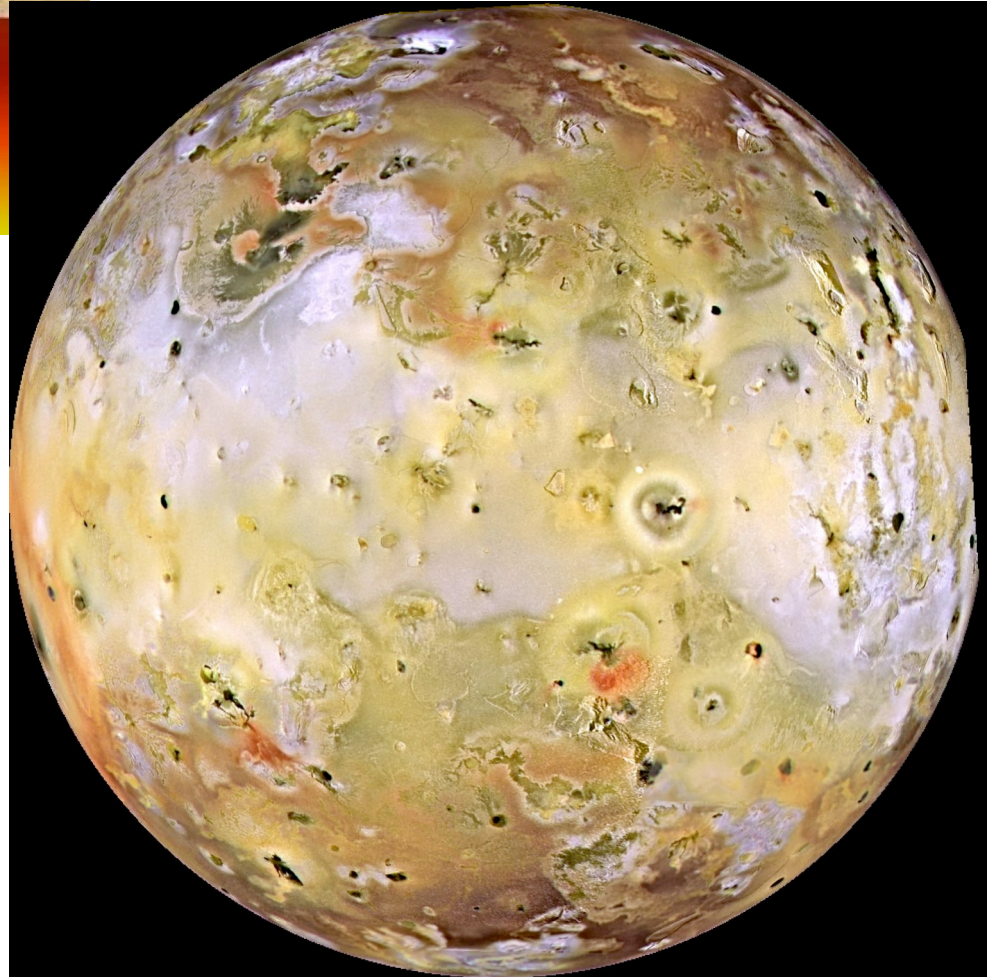
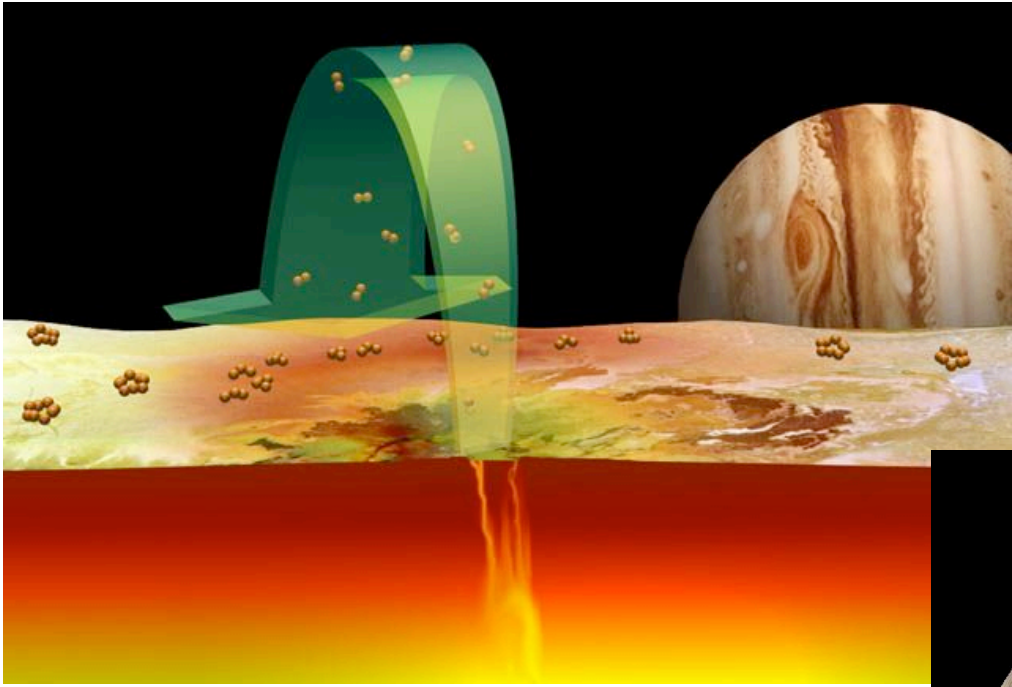
---



# Résonnance d'Io



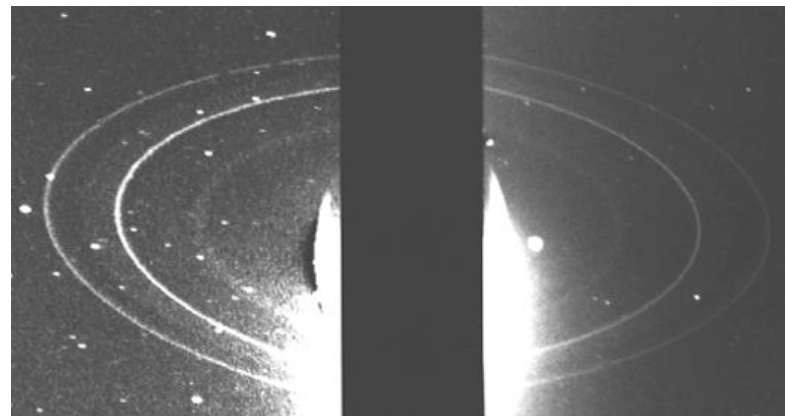
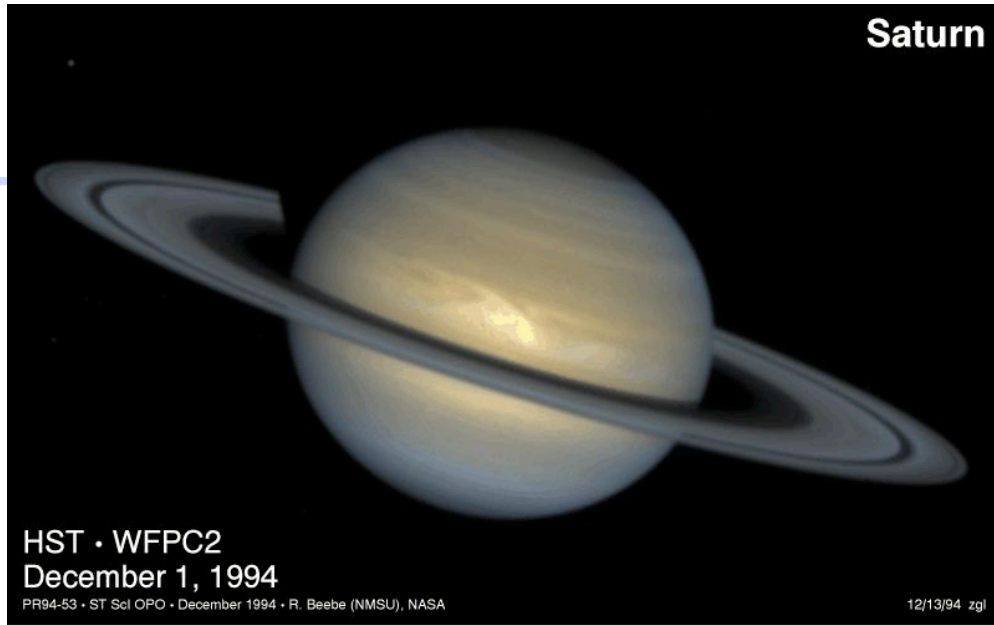




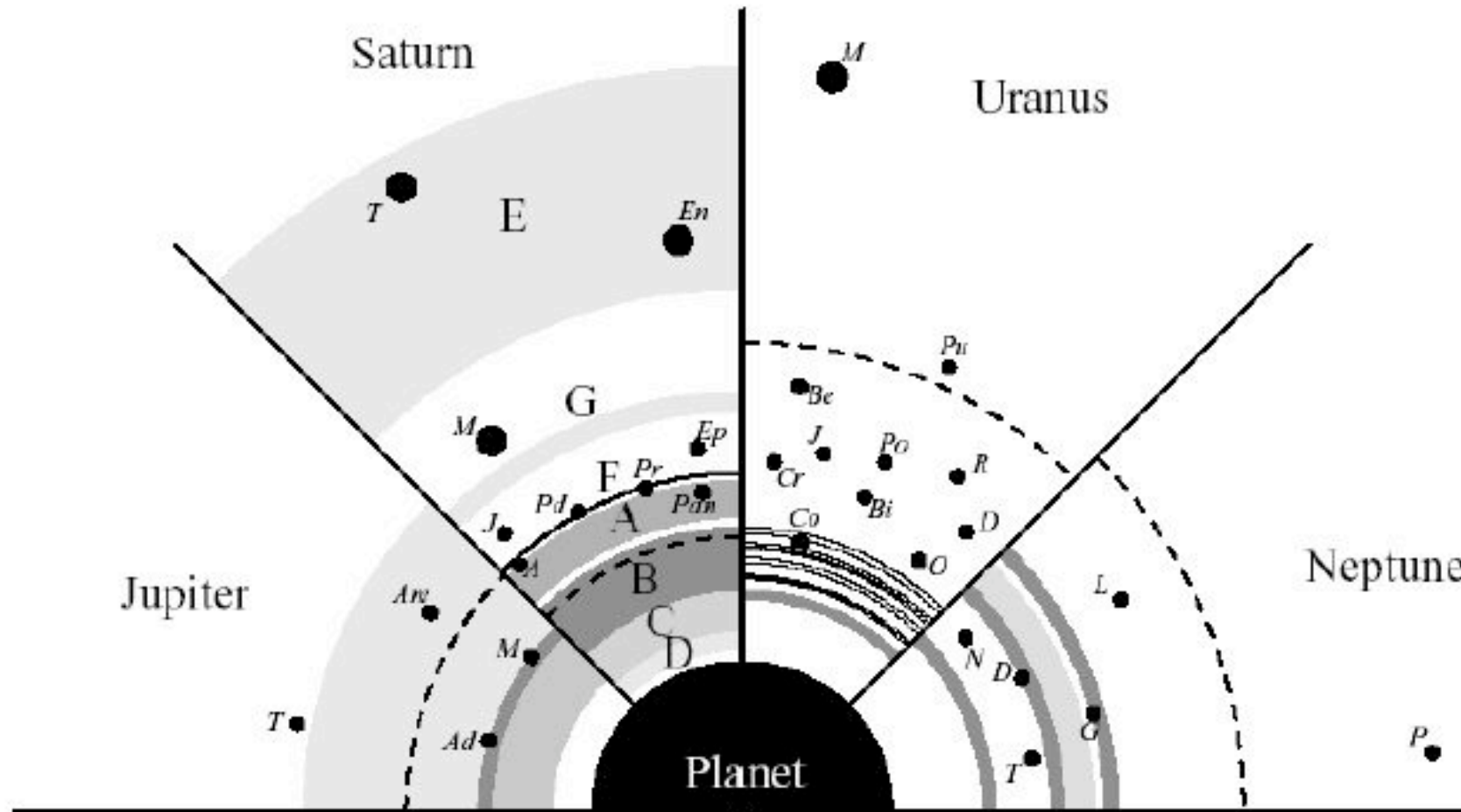
# Futur proche et lointain

---



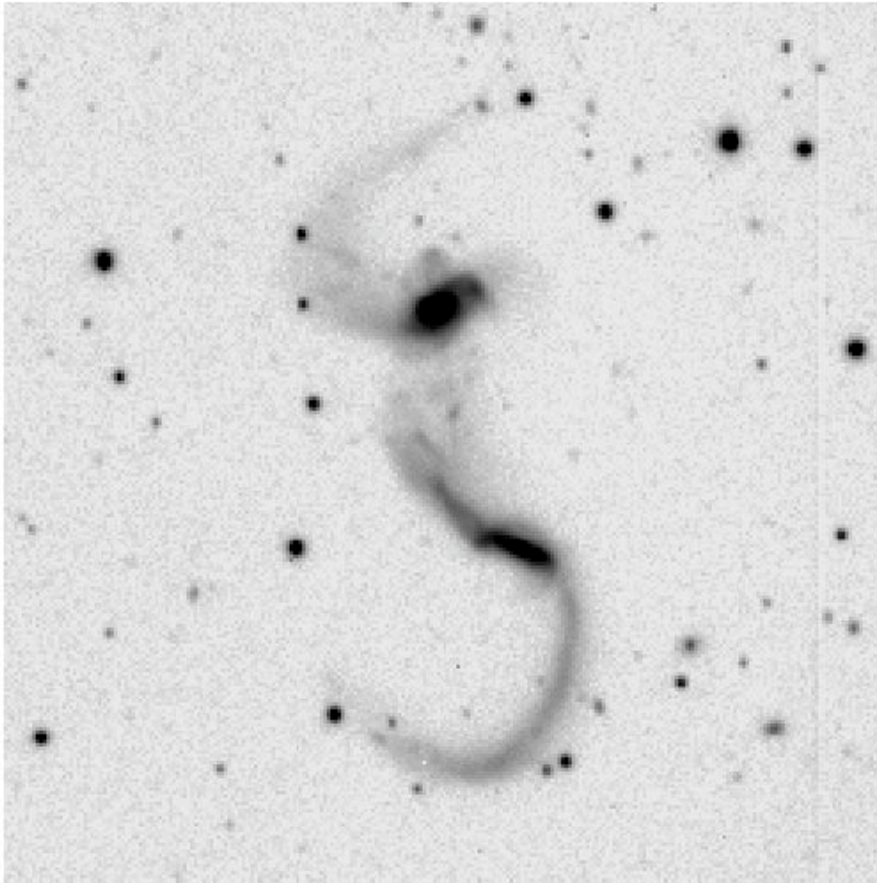


# Anneaux et limite de Roche



# Limite de Roche

---



Exemples de Galaxies  
brisées par des effets de  
Marées



# Limite de Roche

---

- équilibre des forces

$$-\frac{\partial}{\partial a} \left( \frac{\mathcal{G}m_p}{a^2} \right) R_s + n^2 R_s = \frac{\mathcal{G}m_s}{R_s^2}$$

$$\frac{3m_p}{m_s} = \left( \frac{a}{R_s} \right)^3$$

$$a_L(\text{spherical}) = \left( \frac{3m_p}{m_s} \right)^{1/3} R_s$$

# Cas hydrostatique

---

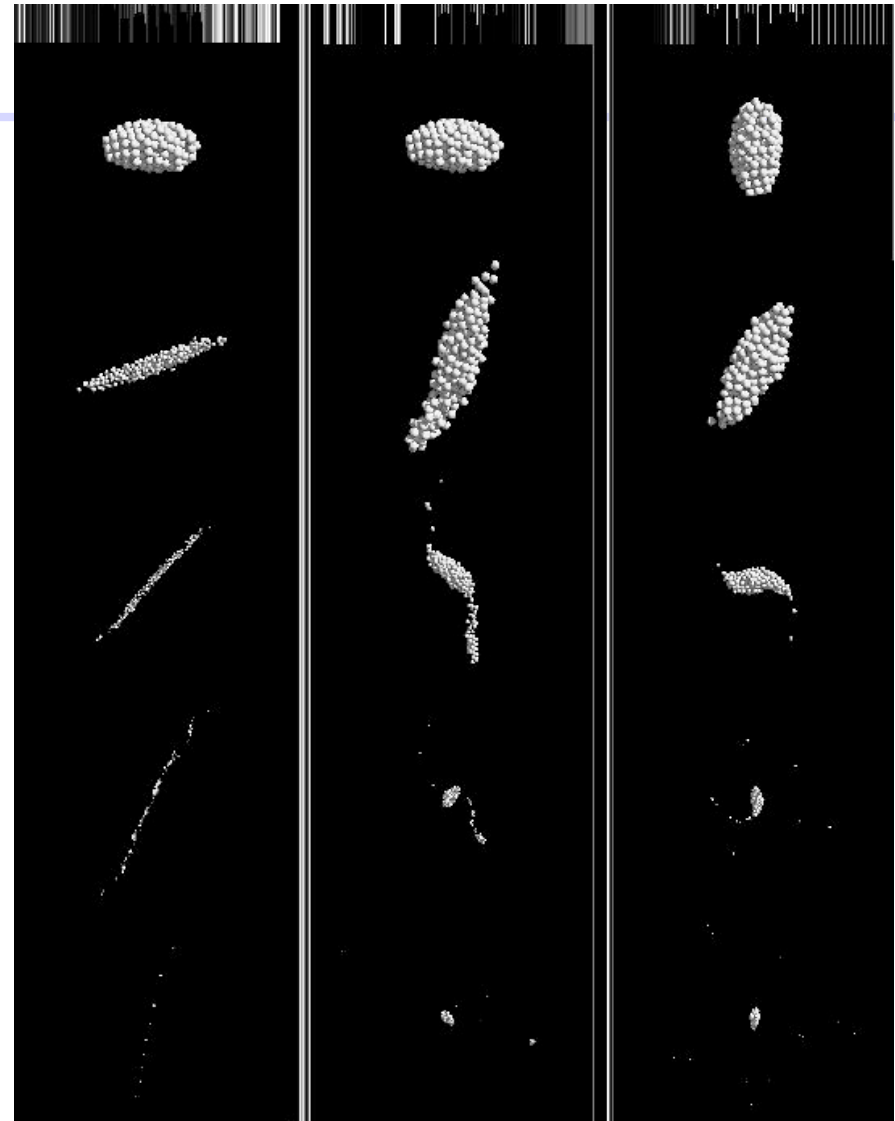
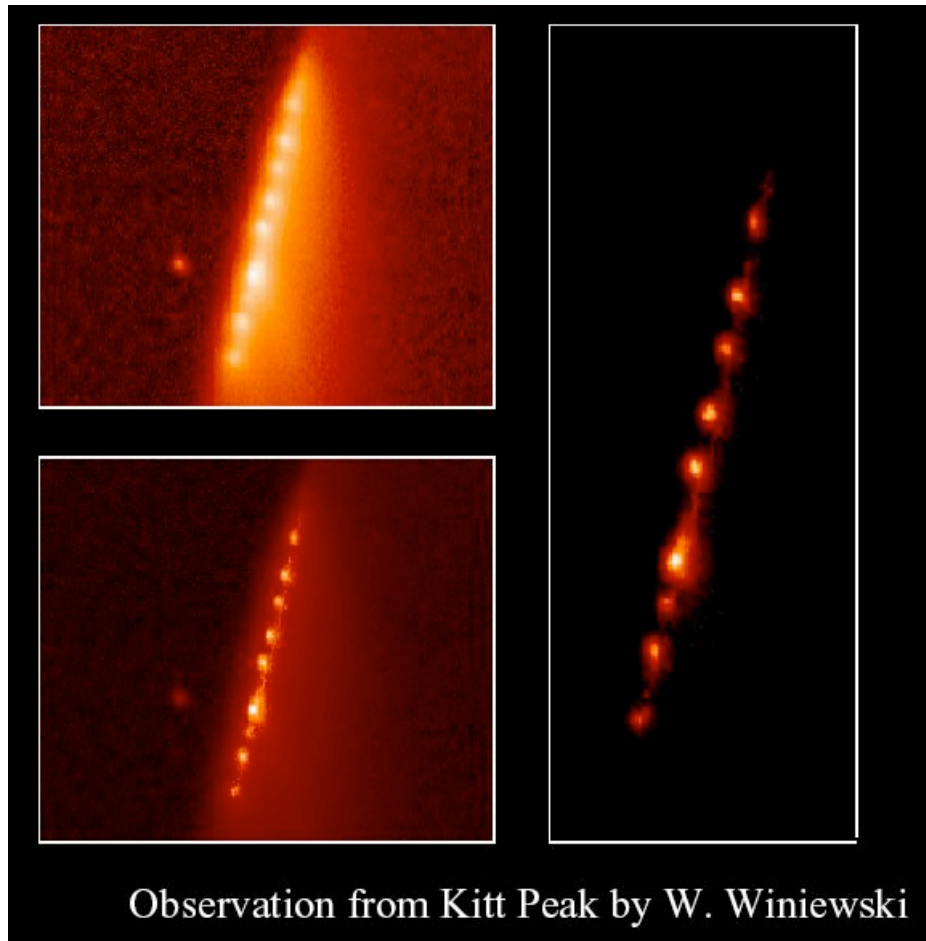
- On prend en compte la déformation de l'objet qui devient elliptique ( calcul du potentiel de gravité d'un objet elliptique)

$$V_p - \frac{GM}{R-c} - \frac{1}{2} \omega^2 \left( \frac{M}{M+m} R - c \right)^2 = V_q - \frac{GM}{R} - \frac{1}{2} \omega^2 \left( \frac{M}{M+m} R \right)^2$$

- L'instabilité apparaît lorsque que  $de/dr$  devient infini

$$R = 2.42 R_s \left( \frac{m_p^*}{m_s} \right)^{1/3} = 2.42 R_p \left( \frac{\rho_p^*}{\rho_s} \right)^{1/3}$$

$m^*$  est en première approximation la masse de la planète



Brisure par effet de Marée de la  
comète  
Shoemaker-Levy 9 après un  
premier passage près de Jupiter