

Chapitre 1

Introduction à la géophysique de l'environnement

1.1 Qu'est-ce que la géophysique de l'environnement?

Les activités humaines n'ont cessé de détériorer notre environnement qui, par ailleurs, subit en permanence des évolutions naturelles, évolutions spontanées qui ne sont pas nécessairement favorables. Que les scientifiques se posent des questions sur l'état de l'environnement immédiat, ce n'est pas une nouveauté. Au dix-neuvième siècle, déjà, dès les premières accélérations de la civilisation industrielle, on s'inquiétait de l'impact du rejet de déchets. A Londres, par exemple, Michael Faraday avait essayé d'attirer l'attention sur la pollution de la Tamise. Depuis la fin du vingtième siècle, cependant, ces préoccupations ont pris une importance croissante. Après l'incurie des années suivant la Seconde Guerre Mondiale, pendant lesquelles les inquiétudes n'étaient laissées qu'à des communautés consciemment marginalisés comme bitnicks écolo et autres détraqués amusants en mal de vivre, la société se tourne depuis deux ou trois décennies vers la communauté scientifique avec des demandes de plus en plus pressantes. Dans de nombreux cas, la prise de conscience intervient bien tard et on doit faire face à un passif colossal dans la gestion des pollutions et des déchets, dont certains toxiques; le taux de production actuel de déchets devient inquiétant et les solutions manquent. D'une part, il faut trouver des solutions à des pollutions passées, qu'il est bien déplaisant de devoir assumer rétrospectivement alors que de nombreuses informations ont été détruites ou perdues, et il faut aussi prévenir des contaminations futures. Face à notre environnement, il nous faut aujourd'hui d'urgence évaluer, remédier et si possible anticiper et prévenir.

Les dégradations et contaminations sont maintenant propagées non seulement sur l'ensemble des pays industrialisés mais, vraisemblablement, dans l'ensemble du Globe et les conséquences pourraient être catastrophiques, notamment sur la ressource en eau. Aujourd'hui, s'intéresser à des problèmes de l'environnement n'est donc pas simplement une option souhaitable mais une nécessité impérative. Cependant, il ne s'agit pas seulement d'interventions minimalistes et techniques, la compréhension d'un site naturel dans sa complexité est en général à la fois extrêmement difficile mais aussi passionnante. Les systèmes naturels dans l'environnement sont en général de taille modeste, disons quelques centaines de mètres de profondeur au maximum, et plutôt quelque cinquante mètre dans la plupart des cas. Cependant, il s'agit de systèmes complexes car ils sont directement localisés à l'interface complexe entre roches, atmosphère et systèmes hydriques de surface. Il s'agit d'apprendre à intégrer le plus rapidement possible dans un tel contexte les aspects géologiques, géochimiques, hydrogéologiques, physiques, voire même, de plus en plus, biologiques. Ce qui est ici le plus intéressant est qu'il ne s'agit pas d'un enjeu limité à l'environnement; en effet, ce que nous apprenons à faire ainsi peut nous être du plus grand avantage pour aborder avec une approche originale le comportement physique d'un segment de faille ou un système géothermal sur un volcan. Il s'agit avant tout de comprendre le comportement d'un système naturel en utilisant les outils les plus efficaces et les plus modernes. Dans cette entreprise d'ambition tout à fait générale, les techniques de la géophysique peuvent apporter un grand secours. L'objet de ce cours est de présenter une introduction à leur application.

1.2 L'approche scientifique basée sur la géophysique

Pour comprendre le comportement physique de la Terre, des concepts et des techniques particulières ont été mises en place au vingtième siècle. Parmi les techniques utilisées pour sonder la Terre, certaines peuvent être particulièrement efficaces pour étudier un site de subsurface. Nous distinguerons par exemple:

- Les méthodes sismiques (sismique réflexion, sismique réfraction, cartographie du bruit sismique)
- Les méthodes géodésiques (mesures de la déformation)
- Les méthodes gravimétriques
- Les méthodes magnétiques (au sol et aéroportées) et électriques (cartographies, sondages et tomographies électriques)
- Les méthodes électromagnétiques et géoradar (sondages et cartographies)

avec leurs variantes en forages, auxquelles il faut ajouter les méthodes particulières à l'hydrogéologie (pompages, traçages).

Ces techniques ont acquis un très haut niveau de technicité et leur étude peut prendre des dizaines d'années. Ici, nous ne ferons que les effleurer, en essayant d'insister sur les fondements et quelques paramètres qu'il est utile de savoir évaluer. Mais la géophysique ne se limite pas à tout cet arsenal de techniques qui est certes très impressionnant. La géophysique fournit surtout un ensemble de concepts et de connaissances obtenus sur la Terre dont beaucoup sont fondamentaux pour la compréhension des systèmes naturels de petite et moyenne échelle. Ainsi allons-nous croiser les techniques avec les connaissances de la physique des roches.

Mais cette géophysique est peut-être plus encore. En effet, nous avons certes besoin de techniques bien comprises pour aborder un site, mais il est plus important encore de savoir juger de l'importance des résultats par rapport à d'autres connaissances obtenues sur le site, en particulier géologiques, géochimiques et hydrogéologiques. En essayant de faire des choix et de construire des modèles, nous allons nous efforcer de construire une véritable approche synthétique et physique. Dans une certaine mesure, cette géophysique de l'environnement que nous allons aborder dans ce cours est à la fois une discipline au confluent de plusieurs domaines des géosciences mais qui aura aussi sa logique et ses caractéristiques propres. Ces aspects apparaîtront à mesure que nous avançons.

1.3 Classification et exemples de problématiques environnementales

Les problèmes d'environnement peuvent aujourd'hui être extrêmement divers. Nous nous limiterons ici à ceux que nous pouvons aborder avec les méthodes de la géophysique interne, en laissant de côté de vastes domaines comme le transport atmosphérique ou les pandémies. Malgré ces restrictions, ces problèmes peuvent encore être très variés. Nous distinguerons les problèmes liés au support rocheux, les problèmes associés à la ressource en eau souterraine, les problèmes de sites contenant des produits contaminants, les problèmes de préservation du patrimoine. Nous ne classerons pas parmi les problèmes de géophysique de l'environnement à proprement parler la recherche de structures (industrielles ou logistiques) enterrées (éventuellement clandestines), la recherche de cadavres dans l'environnement (police scientifique) ou la prospection pour le génie civil (pour la réalisation de tunnels, d'ouvrages ou de leurs fondations). Nous ferons par contre allusion à ces autres applications pour illustrer certaines caractéristiques des techniques que nous utiliserons. La méthodologie que nous proposerons s'appliquera par contre aux quatre problématiques principales que nous allons maintenant détailler.

1.3.1 Problématiques de l'environnement rocheux : glissements et effondrements

Il s'agit en général de problèmes du milieu rocheux pouvant affecter des habitations ou des vies humaines, avec, en premier lieu, les glissements de terrain. Une deuxième catégorie est liée à l'endommagement du socle rocheux par des cavités souterraines, naturelles ou, plus fréquemment encore, artificielles. Les zones de karsts sont par exemple susceptibles d'évoluer et de conduire à des trous. Mais c'est surtout l'activité minière qui conduit à la multiplication de galeries abandonnées. En France, certaines zones sont exploitées depuis l'Antiquité et de nombreuses anciennes cavités ne sont pas bien connues. Dans les exploitations souterraines industrielles (mines ou tunnels d'usine), de nombreuses cavités creusées au dix-neuvième et au vingtième siècle ne sont plus documentées, ou les documents disponibles sont inexacts. Ces zones sont susceptibles de s'effondrer en surface, avec parfois des conséquences catastrophiques. De nombreuses mines ont été abandonnées ou ennoyées à la fin du vingtième siècle dans l'Est ou en Provence, cette fois avec de plus grandes précautions mais les dangers d'effondrements peuvent subsister ou apparaître soudainement en raison d'autres modifications comme des changements de niveau des nappes phréatiques.

1.3.2 Problématiques de la ressource en eau souterraine: exploration et protection

L'eau souterraine qui se trouve dans les pores des roches (aquifères) est de plus en plus affectée par les changements naturels (évolutions climatiques, abaissements des niveaux) ou artificiels (pompages, contaminations). Nous sommes partagés principalement entre deux motivations: la découverte de nouvelles ressources en eau, principalement mais pas seulement dans les pays en voie de développement, et la préservation ou l'évaluation des ressources existantes. Souvent, on aura à prendre en charge un suivi de long terme.

1.3.3 Problématiques de sites contenant des produits contaminants

Nous classerons dans cette catégorie la plupart de nos problèmes de pollution. Quand un site est pollué (usine sale, déchetterie), il y a en effet plusieurs effets : contamination des eaux, contamination des roches et des sols, contamination directe des chaînes biologiques (par des rejets solides, liquides ou gazeux). Nous n'aborderons pas la contamination de la chaîne biologique mais nous montrerons comment les méthodes géophysiques peuvent aider à la compréhension de la contamination des eaux associée à la source primaire de pollution. Il peut s'agir ici de dépôts de contaminants en surface ou en cavité souterraine.

Aujourd'hui, on s'intéresse aussi à la prévention des contaminations. Par exemple, on étudie la conception de sites de stockage souterrains pouvant accueillir des déchets, notamment nucléaires. Il s'agit ici d'utiliser notre connaissance sur les sites pollués pour valider des scénarios et empêcher qu'ils ne se produisent. Dans ce type de problème, aussi, se pose, en plus du diagnostic, la question du suivi de long terme.

1.3.4 Problématiques de préservation du patrimoine

Dans ce type de problématique, on s'intéresse à des systèmes naturels ou artificiels qu'on souhaiterait préserver pour les générations futures. Il peut s'agir par exemple de parcs naturels, d'écosystèmes, de glaciers, de forêts, ou de grottes naturelles spectaculaires contenant des spéléothèmes rares (Aven d'Orgnac près d'Alès, grottes des Demoiselles, etc..) ou encore de cavités naturelles contenant des peintures rupestres (la grotte Chauvet par exemple) ou des faunes rares (comme Glowworm Cave en Nouvelle-Zélande). Ces

problématiques peuvent être proches de la préservation des monuments historiques pour certains aspects.

1.3.5 Exemples

Les problèmes de géophysique de l'environnement se caractérisent aussi par la façon dont ils sont posés. En général, il ne s'agit pas de problèmes scientifiques bien posés, bien au contraire. Les informations sont presque toujours partielles, voire très limitées, et parfois fausses (involontairement ou intentionnellement). Ces problématiques sont souvent exposées directement par la société civile aux scientifiques des laboratoires, par l'intermédiaire des communes, des départements voire des associations ou des personnes privées. Les problèmes se caractérisent aussi par le fait qu'une réponse est souvent exigée rapidement et que les enjeux humains et émotionnels sous-jacents ne sont pas négligeables.

Pour fixer les idées, nous allons présenter quelques exemples qui serviront d'ailleurs de trame à notre cours. Précisions qu'il s'agit de situations imaginaires, uniquement vaguement inspirées de cas réels.

Dans le premier cas (Figure 1.1), le Maire d'une petite commune dans une zone de montagne s'inquiète d'un glissement de terrain potentiel dans une zone boisée qui surplombe le village. La seule information dont on dispose est que la source qui alimente le village se situe au pied de la zone et que des glissements ont été constatés visuellement dans certains sous-bois. Le Maire aimerait donc savoir s'il y a risque de glissement de terrain et s'il faut faire quelque chose.

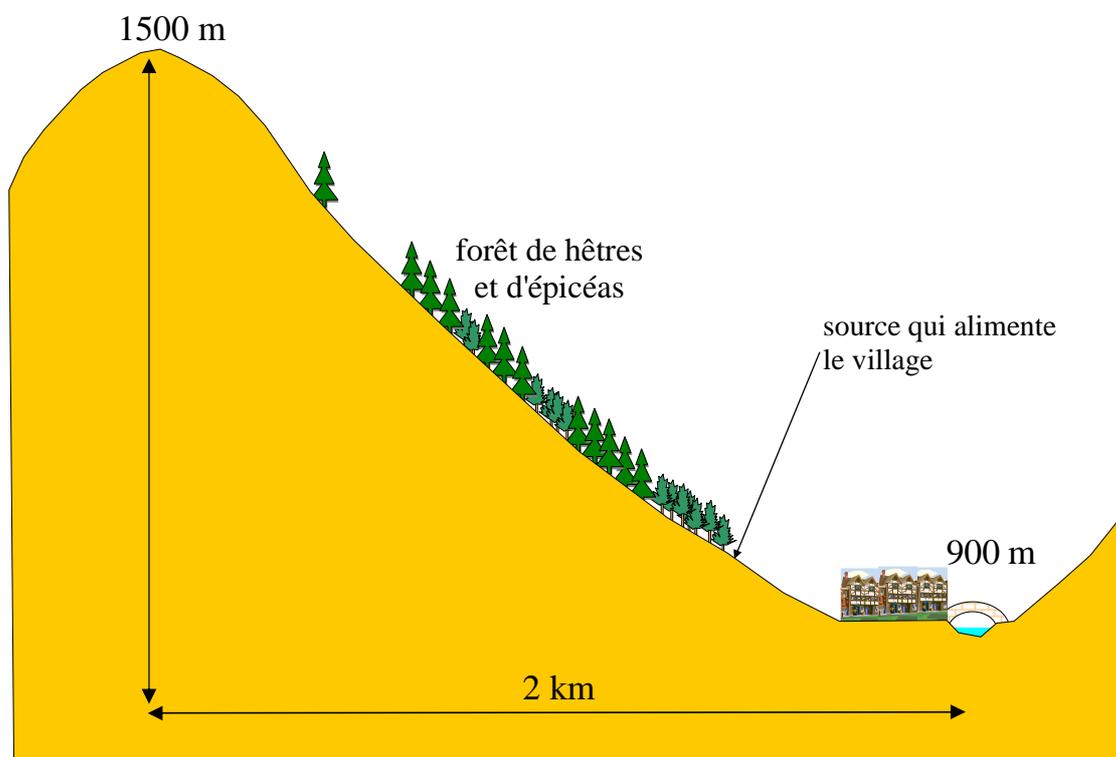


Figure 1.1. Cas du glissement de terrain.

Dans le deuxième cas (Figure 1.2), c'est la Préfecture qui alerte la communauté scientifique. Un document du début du vingtième siècle retrouvé par des archivistes indique qu'une grande quantité de déchets de radium a été enterrée dans une cavité située à faible profondeur, près de Paris, sous un parc, dans le voisinage (quelques cinq kilomètres) d'une

rivière qui pourrait être la Seine ou la Marne. On aimerait retrouver la cavité et évaluer s'il y a un danger de pollution du site, de l'aquifère et de la rivière.

Dans le troisième cas, c'est de nouveau le Maire d'une ville qui, assisté de tout son conseil municipal, sollicite des réponses concernant l'environnement. Des anciennes galeries de mines ont été mises en évidence et des signes précurseurs d'effondrements (fissures, subsidences anormales) ont été signalés par la population. En outre, un incident dans la gestion des déchets a été déclaré dans une usine située en bordure de la ville. Peut-on craindre une contamination de la nappe phréatique qui alimente la ville en eau potable? Les seules informations dont dispose le Maire sont deux niveaux de piézomètres mesurés par le personnel de l'usine et une vague description géologique du contexte. Les roches sous l'usine (marnes) ne sont pas les mêmes que les roches sous la ville (calcaires).

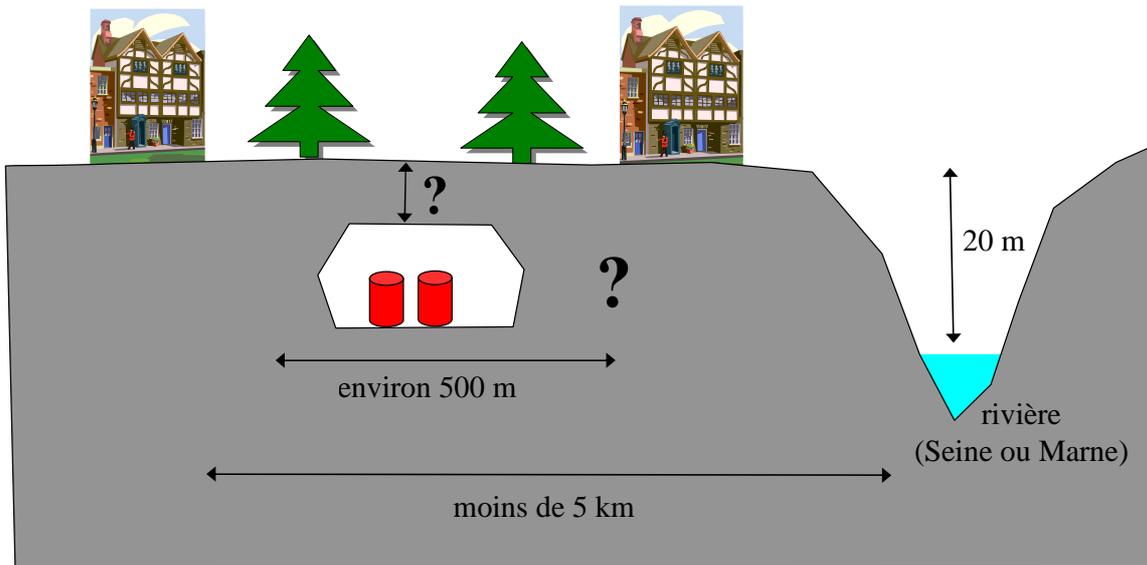


Figure 1.2. Cavité perdue avec ses déchets dans la région de Paris.

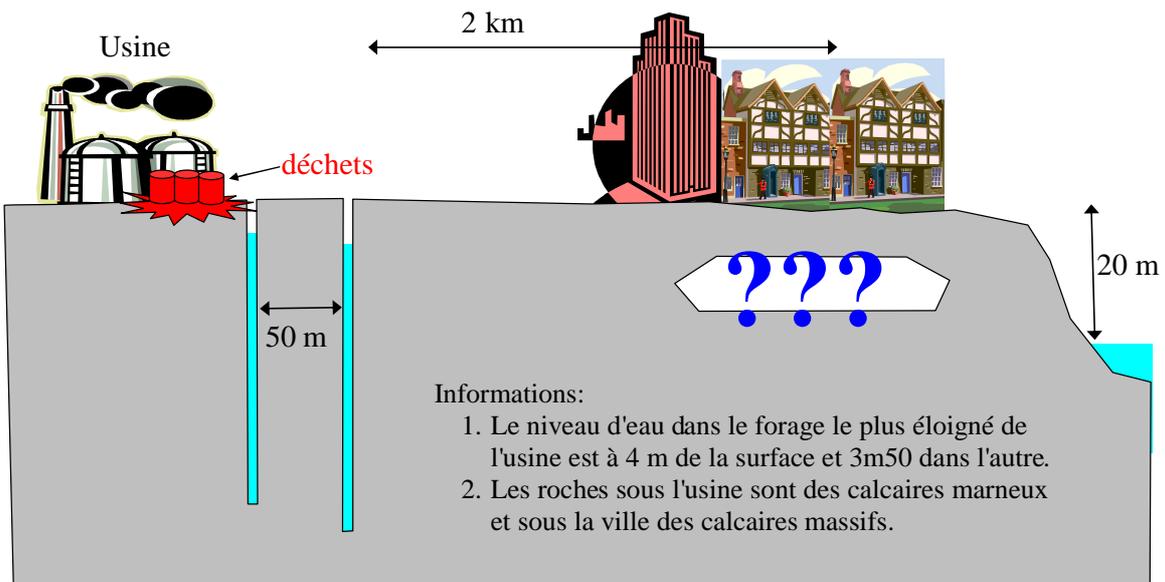


Figure 1.3. Crainte d'effondrements sous une ville et de pollution par une usine.

Dans le quatrième cas (Figure 1.4), c'est une coopérative agricole qui aimerait obtenir une certification pour transformer un champ en agriculture biologique. L'obtention des

subventions dépendra de cette certification. Or, il se trouve qu'une usine est localisée au sommet de la colline qui surplombe le champ. Cette usine stocke des déchets solides et effectue des rejets liquides et gazeux qu'on peut espérer réglementaires mais qui ne sont pas compatibles avec la certification. D'autre part, le projet, pour être économiquement viable, repose sur une source d'eau située au bord du champ. Dans quelle mesure cette source peut-elle être libre de pollution liée à l'usine? Si les informations ne sont pas très nombreuses (en particulier sur la géologie), la géométrie du système est assez bien définie par la coopérative.

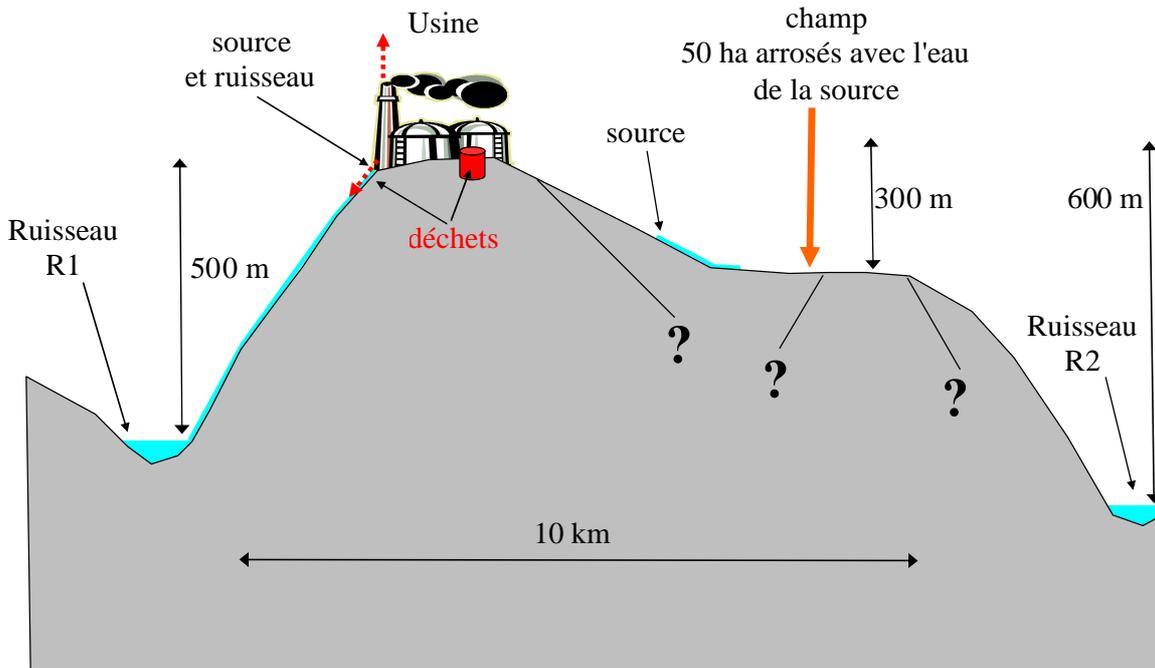


Figure 1.4. Impact d'une usine sur un projet d'agriculture biologique.

Comment, dans ces quatre exemples, s'engager dans une démarche scientifique? Sur quelles méthodes pourrions-nous nous reposer. Dans quelques chapitres, les idées se seront précisées à ce sujet. Dans ce genre de problème, il est cependant important de garder la tête froide, et peut-être, réfléchir avant de se précipiter. Chaque contexte est différent, chaque problème soulève des enjeux différents. Par contre, ces problèmes ont en commun l'empressement de la société civile et des autorités de tous niveaux de se débarrasser d'un problème épineux et de le remettre (avec les responsabilités) entre les mains des scientifiques. Il sera toujours important de demeurer prudent. On remarque aussi que, dans ce genre de situations, il ne sera pas forcément facile d'apporter des réponses scientifiquement raisonnables mais nécessairement nuancées. La pression pour des réponses catégoriques et définitives sera souvent persistante.

Pour travailler, il est souvent plus facile de se concentrer sur des sites bien définis où les informations sont nombreuses et disponibles. C'est sur de tels sites qu'on élaborera les méthodologies scientifiques, qu'on mettra les méthodes à l'épreuve, qu'on envisagera d'instructives intercomparaisons. De telles situations confortables pour le travail de recherche et de réflexion sont cependant plutôt rares dans les cas réels. Il faut donc apprendre à se confronter aux véritables situations, aux véritables demandes de la société, même quand le contexte est délicat et inconfortable. Heureusement, les scientifiques ne sont pas peureux et ne souhaitent pas forcément se cacher dans leur Tour d'Ivoire. Malgré les difficultés et les limitations, les méthodes de la géophysique, notamment, peuvent amener des progrès substantiels dans de nombreuses situations et il ne faut pas hésiter à les appliquer.

1.4 Objectifs du cours

Dans ce cours, il ne s'agira pas de couvrir en détails tous les aspects de la géophysique de l'environnement. On insistera plutôt sur les fondements, les principes des techniques et leurs caractéristiques générales. On essaiera de montrer comment appliquer ces outils dans des situations concrètes qui à défaut parfois d'être réelles, y ressembleront étrangement. Souvent, un problème d'environnement tient de l'enquête policière et de nombreux talents, outre scientifiques, sont déterminants. Souvent le bon sens, la curiosité, la persévérance et l'esprit pragmatique remplacent efficacement les procédures numériques complexes. Dans ce cours, cependant, on se limitera aux aspects géophysiques, même si nous prendrons ce terme au sens large.

Quand on est face à un problème d'environnement, on se sent démuni, surtout au début. Comment appliquer les outils? Comment les sélectionner? Comment s'y prendre? Quelles questions poser? Pour fixer un cadre de travail, on présentera une méthodologie générale qui servira aussi de trame au déroulement du cours. Cette méthodologie n'est pas une recette mais un ensemble de règles raisonnables qui peuvent aider dans la plupart des cas. Certaines règles résultent de mon expérience sur les quelques sites où j'ai travaillé, qu'il s'agisse de procédures que j'ai réellement mises en œuvre ou qu'il aurait fallu que je mette en œuvre en y réfléchissant a posteriori.

Avant de se lancer dans notre étude géophysique de sites divers et variés, et avant même de commencer à exposer notre stratégie, il nous faut revenir sur deux concepts fondamentaux de la géophysique. Le premier, la diffusion, fera l'objet de la fin du présent chapitre. Le second, le transport dans les aquifères, fera l'objet du prochain chapitre.

1.5 Processus de diffusion dans l'environnement

1.5.1 Notion de diffusion

La diffusion est un processus bien connu en sciences de la Terre. Nous allons pourtant prendre ici le temps de quelques rappels. Considérons le cas de la diffusion de la chaleur sur une ligne d'axe Ox. Le flux de chaleur F au point x (quantité de chaleur par unité de surface par unité de temps) est proportionnel au gradient de température:

$$F = -K_T \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (1.1)$$

où K_T est la conductivité thermique qui s'exprime en $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

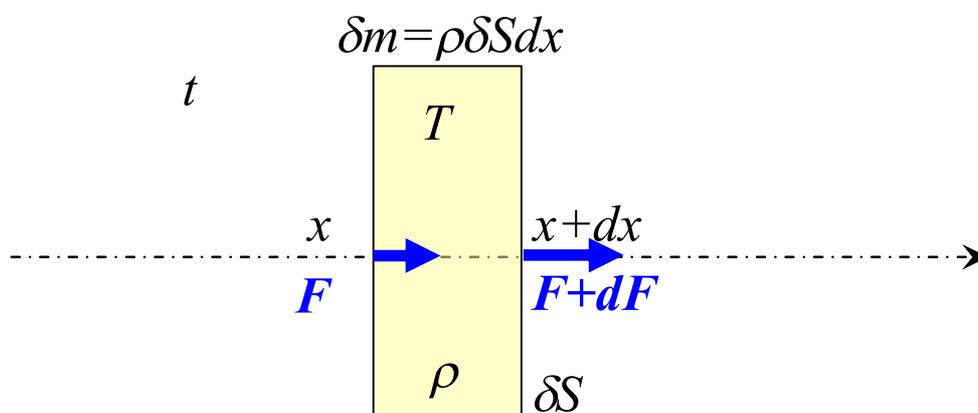


Figure 1.5. Diffusion de la chaleur à une dimension.

Considérons maintenant (Figure 1.5) un petit volume de section δS situé entre x et $x+dx$. Ce petit volume contient une quantité de matière $\delta m = \rho \delta S dx$ où ρ est la masse volumique. Entre t et $t+dt$, ce petit volume reçoit une quantité de chaleur $F \delta S dt$ en x et perd une quantité de chaleur $(F+dF) \delta S dt$ en $x+dx$. La différence entre ces deux quantités conduit à une variation de température dT donnée par:

$$C_p [\rho \delta S dx] dT = \delta S F dt - \delta S (F + dF) dt = -\delta S dx \left[\frac{\partial F}{\partial x} \right] dt, \quad (1.2)$$

où C_p est la capacité calorifique à pression constante. On obtient donc:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho C_p} \left[\frac{\partial F}{\partial x} \right], \quad (1.3)$$

soit, en remplaçant le flux par son expression (1.1), l'équation générique de diffusion:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1.4)$$

où κ est la diffusivité thermique:

$$\kappa = \frac{K_T}{\rho C_p}. \quad (1.5)$$

1.5.2 Conductivité et diffusivité thermique des roches et des sols

Dans le milieu naturel, pour des roches ou des sols dans les conditions usuelles, on retiendra les valeurs numériques approximatives simples suivantes:

Conductivité thermique: $2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Masse volumique: $2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Capacité calorifique: $900 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Diffusivité thermique: $10^{-6} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$

Pour faire des estimations, il est important d'avoir en tête de tels nombres simples qu'on est susceptible de retenir et nous compléterons cette collection au cours des prochains chapitres. Il faut cependant être conscient qu'il ne s'agit que d'ordres de grandeur et des différences significatives peuvent exister, subtilités qu'il ne faudra pas manquer de prendre en compte pour des calculs précis. On se reportera alors aux ouvrages et articles spécialisés pour se procurer les paramètres au niveau de précision nécessaire.

Pour la conductivité thermique, il se trouve que les variations demeurent à l'intérieur d'un ordre de grandeur. Pour les minéraux courants dans les conditions usuelles de subsurface, la conductivité thermique varie entre $1.4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ (silice amorphe) et $7.7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ (quartz α pur) avec $2.8 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ pour le marbre ou $2.3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ pour des grès. Notons éventuellement des valeurs plus faibles pour le gypse ($0.8 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) ou le mica ($0.35 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Dans certaines applications, il est utile de se souvenir de la valeur de la conductivité thermique du béton ($1.4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) ou du bois ($0.16 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$).

Un des paramètres les plus importants d'un sol ou d'une roche, en particulier dans les problèmes de géophysique de l'environnement, est sa saturation volumique en eau, notée S_w . C'est la fraction de volume de pore occupée par une phase aqueuse. Contrairement à d'autres paramètres physiques que nous rencontrerons dans des chapitres ultérieurs, la conductivité thermique dépend peu de la saturation S_w . On considère habituellement qu'elle dépend de la saturation selon une loi empirique du type (e.g., Birkholzer et Tsang, 2002):

$$K_T(S_w) = K_T^{\text{sec}} + (K_T^w - K_T^{\text{sec}}) \sqrt{S_w}, \quad (1.6)$$

avec $K_T^w = 2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ comme plus haut et $K_T^{\text{sec}} = 1.7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

1.5.3 Discussion qualitative de la diffusion thermique et généralisations

La notion de diffusivité est suffisante pour estimer les ordres de grandeur de plusieurs effets physiques. Par exemple, supposons qu'on se demande au bout de combien de temps une perturbation thermique donnée (par exemple le dépôt d'un fût chaud dans une cavité souterraine), va se ressentir à une profondeur de dix mètres. En l'absence d'informations supplémentaires, il est inutile d'entreprendre un calcul mais on peut se contenter d'arguments dimensionnels. En effet, comme la seule quantité qui contrôle la diffusion est la diffusivité κ , dont la dimension est $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, alors l'ordre de grandeur du temps τ est :

$$\tau \approx \frac{[10\text{m}]^2}{\kappa} \approx \frac{[10\text{m}]^2}{10^{-6}} \approx 10^8 \text{ s} \approx 3 \text{ ans} . \quad (1.7)$$

C'est une estimation très grossière mais elle nous permet déjà d'affirmer que la diffusion n'est pas en l'occurrence un mode de transport efficace et cela nous engage à nous tourner vers d'autres modes de transport. Dans les applications pratiques dans l'environnement naturel, on évite de faire des calculs pour le plaisir, il faut aller rapidement au but. Les estimations d'ordre de grandeur nous rendront donc de grands services.

La diffusion est un processus physique très général qui ne concerne pas que la chaleur et nous en rencontrerons d'autres manifestations. Par exemple, on peut s'inquiéter de la diffusion d'un contaminant. La diffusivité d'une espèce en solution est son coefficient de diffusion D_0 dans la loi de Fick, qui dit que le flux F_A d'une espèce A est proportionnel à son gradient de concentration c_A :

$$F_A = -D_0 \frac{\partial c_A}{\partial x} . \quad (1.8)$$

Pour une espèce gazeuse dans l'air, on a environ $D_0 \approx 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Pour le sel ou le sucre dans l'eau, on a respectivement $D_0 \approx 2 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $D_0 \approx 0.5 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Dans une roche ou un sol, le coefficient de diffusion n'est plus simplement le coefficient de diffusion D_0 l'espèce dans le milieu seul, mais un coefficient de diffusion effectif D_{eff} . Son expression dépend en général de façon compliquée de la structure du milieu. Une approximation suffisante dans nos applications est d'écrire:

$$D_{\text{eff}} \approx \phi S_w D_0 , \quad (1.9)$$

où ϕ est la porosité, fraction du volume de la roche occupée par l'espace poreux.

Reprenons l'exemple précédent avec une perturbation qui est cette fois un gaz toxique. Supposons un milieu de porosité 5 % avec une saturation de 50 %. La diffusivité est alors $D_{\text{eff}} \approx 0.05 \times 0.5 \times 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et le temps caractéristique devient:

$$\tau \approx \frac{[10\text{m}]^2}{5 \times 10^{-7}} \approx 2 \times 10^8 \text{ s} \approx 7 \text{ ans} . \quad (1.10)$$

S'il s'agit d'un gaz très toxique, les conséquences sont cette fois à prendre en considération. La diffusion n'est certes pas rapide mais dix mètres de roche ne représentent pas dans ce cas une barrière suffisante.

Un cas où les conséquences de la diffusion se manifestent très clairement, par exemple dans le cas de la diffusion thermique, est celui d'une source oscillante, comme rappelé dans le prochain paragraphe.

1.5.4 Le problème de diffusion d'une perturbation harmonique à une dimension

Considérons un demi-espace homogène de diffusivité κ (voir Figure 1.6). La température à la surface est imposée $T_s(t)$ et on cherche la température $T(z,t)$ partout et à tout instant dans le demi-espace. Considérons le cas d'une perturbation harmonique de fréquence f et de période τ . On a alors $T_s(t)=T_0e^{i\omega t}$ avec $\omega=2\pi f$ (pulsation). Cherchons alors la solution sous la forme:

$$T(z,t) = T_0e^{i(\omega t - kz)}, \quad (1.11)$$

où l'axe z est dirigé vers le haut et k est un nombre complexe.

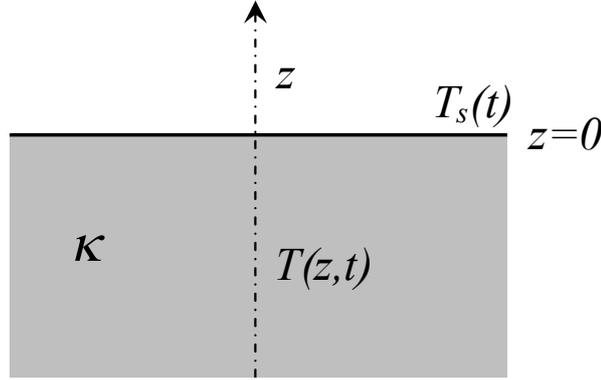


Figure 1.6. Diffusion dans un demi-espace.

Pour satisfaire l'équation de diffusion, il faut:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = i\omega T_0e^{i(\omega t - kz)} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\kappa k^2 T_0e^{i(\omega t - kz)}, \quad (1.12)$$

soit:

$$k^2 = -\frac{\omega}{\kappa}i = \frac{\omega}{\kappa}e^{-i\frac{\pi}{2}}, \quad (1.13)$$

d'où il vient:

$$k = \pm \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}e^{-i\frac{\pi}{4}} = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}(1-i). \quad (1.14)$$

En reportant dans l'expression de la température, on obtient :

$$T(z,t) = T_0e^{i(\omega t - kz)} = T_0e^{i\omega t}e^{-ikz} = T_0e^{i\omega t}e^{\mp \sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}z(i+1)}. \quad (1.15)$$

Comme les conditions aux limites imposent que la température soit finie (et nulle) pour z négatif à l'infini, seul le signe + convient dans cette expression. On a donc :

$$T(z,t) = T_0\hat{T}(z,\omega)e^{i\omega t}, \quad (1.16)$$

où $\hat{T}(z,\omega)$ est la fonction de transfert qui dépend de la position et de la fréquence :

$$\hat{T}(z,\omega) = e^{\frac{z}{\lambda}(1+i)}, \quad (1.17)$$

où on a posé :

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega}} = \sqrt{\frac{\kappa\tau}{\pi}}. \quad (1.18)$$

Cette quantité est habituellement dénommée la profondeur de pénétration (ou longueur de pénétration) de l'onde diffusée. L'amplitude relative de l'onde diffusée vers le bas à une profondeur $p=-z>0$ est donnée par le module de la fonction de transfert, soit :

$$e^{-\frac{p}{\lambda}}, \quad (1.19)$$

quantité qu'on appelle l'atténuation de l'onde diffusée. Pour faire apparaître la signification de la phase, on écrit la partie réelle de la température:

$$\text{Re}(T) = T_0 e^{-\frac{p}{\lambda}} \cos\left(\omega t - \frac{p}{z}\right) = T_0 e^{-\frac{p}{\lambda}} \cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \varphi\right), \quad (1.20)$$

où φ est le retard de phase en unités de période :

$$\varphi = \frac{p}{2\pi\lambda}. \quad (1.21)$$

La variation de la température avec le temps, normalisée à l'amplitude en surface, est représentée sur la Figure 1.7 pour différentes profondeurs. On constate qu'on a un retard de phase d'un huitième de période pour $\pi/4$ longueur de pénétration. On peut aussi déduire l'expression du flux de chaleur :

$$F = -K_T \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} = -K_T T_0 e^{i\omega t} \frac{1}{\lambda} (1+i) e^{\frac{z}{\lambda}(1+i)} = \frac{K_T T_0 \sqrt{2}}{\lambda} e^{i\left(\omega t - \pi + \frac{\pi}{4} + \frac{z}{\lambda}\right)}. \quad (1.22)$$

Le retard de phase φ_F du flux de chaleur est donc :

$$\varphi_F = \frac{3}{8} + \frac{p}{2\pi\lambda}. \quad (1.23)$$

Souvenons-nous du fait (voir figure ci-dessous) que le flux de chaleur sortant a un retard de phase de 3 huitièmes de période sur la température de surface.

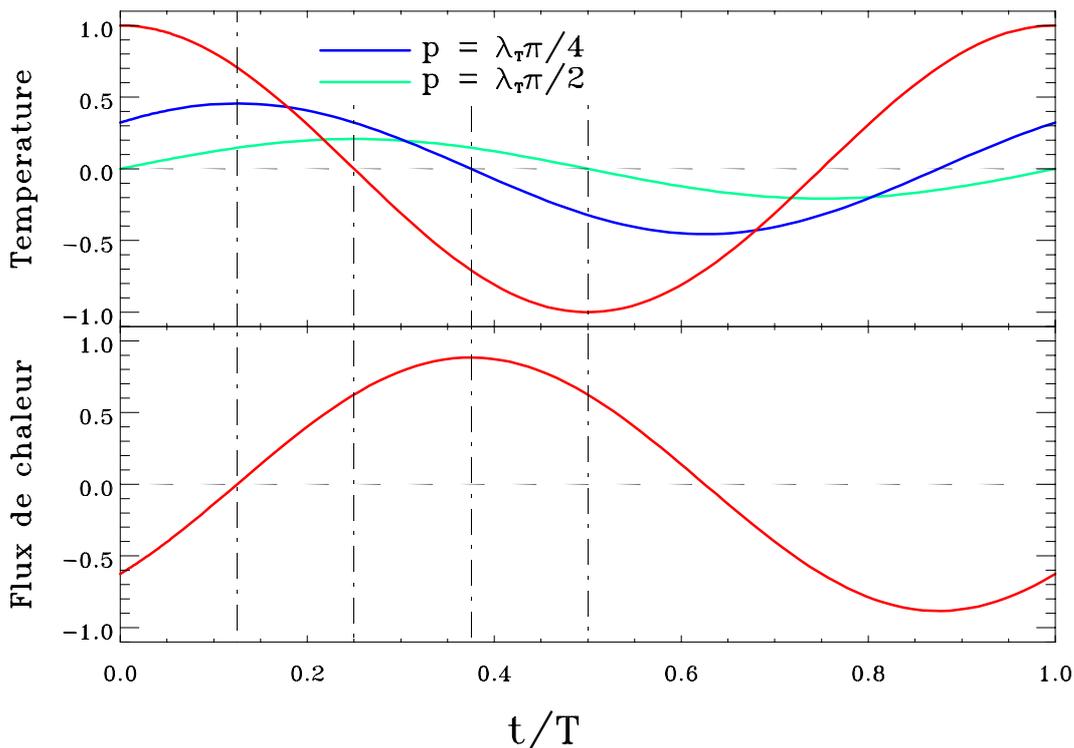


Figure 1.7. Variations de la température avec le temps pour différentes profondeurs.

Il est aussi très important à remarquer que, dans ce cas de la diffusion dans un milieu homogène semi-infini, l'atténuation et la phase sont liées par les relations (1.21) et (1.19), relation qui est aussi représentée graphiquement dans la Figure 1.8. Si on mesure séparément une atténuation et un retard des phases, si le problème est effectivement à une dimension dans un milieu homogène, on doit tomber sur la courbe. Notons qu'on pratique, on étudiera parfois

la diffusion entre la surface et une profondeur, mais plutôt d'une profondeur à une autre. Le traitement reste exactement le même.

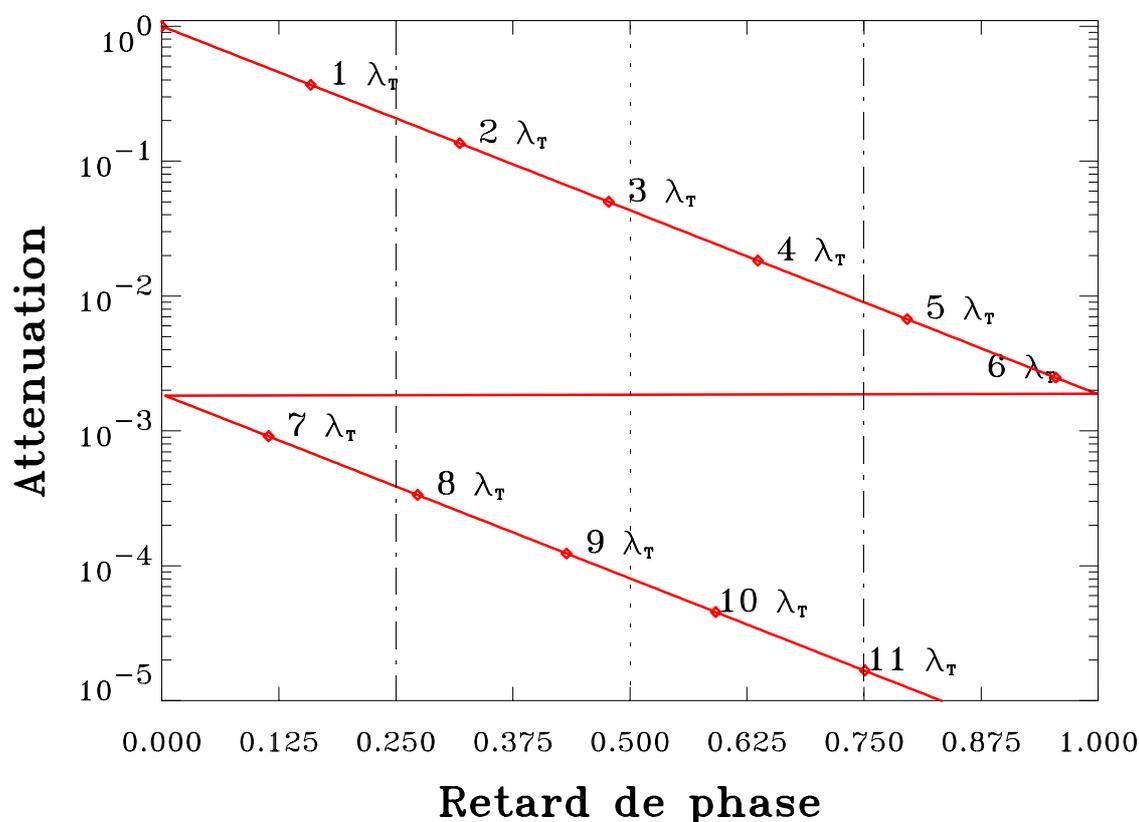


Figure 1.8. Atténuation en fonction du retard de phase dans la diffusion à une dimension dans un demi-espace homogène.

1.5.5 Application de la diffusion thermique à une dimension

Quand on parle de variation thermique cyclique, on veut en général parler soit de la variation diurne, soit de la variation annuelle. La profondeur de pénétration s'obtient en utilisant l'équation (1.18). Avec $\kappa=10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, on obtient $\lambda=17 \text{ cm}$ pour la variation diurne et $\lambda=3 \text{ m}$ pour la variation annuelle.

On peut maintenant se poser des questions pratiques, comme l'amplitude de la variation thermique annuelle à Paris dans une cavité située par exemple à 10 mètres de profondeur. Pour cela, il nous faudrait d'abord l'ordre de grandeur des variations thermiques en surface. Les données météorologiques de la station du parc Montsouris nous fournissent ces renseignements qu'il sera d'ailleurs utile de conserver en mémoire. L'amplitude diurne crête crête est d'environ $5 \text{ }^\circ\text{C}$ en hiver et $10 \text{ }^\circ\text{C}$ en été (Figure 1.9). Quant à la variation annuelle (Figure 1.10), elle est relativement stable et vaut environ $15 \text{ }^\circ\text{C}$ crête crête. C'est ce dernier nombre que nous allons utiliser pour notre estimation. L'atténuation à une profondeur de 10 m est $e^{-10/3} \approx 0.036$. L'amplitude crête crête à cette profondeur sera donc d'environ $0.53 \text{ }^\circ\text{C}$, une variation qui demeure aisément observable.

Inversement, ces arguments peuvent nous servir pour estimer la profondeur d'une cavité à partir des enregistrements de température qui y sont effectués. Par exemple, des enregistrements de la température en différents points d'une cavité située au Japon sont présentés dans la Figure 1.11. On observe une amplitude annuelle crête crête d'environ $1.2 \text{ }^\circ\text{C}$. Si on admet que l'amplitude annuelle thermique au Japon est aussi de l'ordre de $15 \text{ }^\circ\text{C}$,

alors la profondeur p doit vérifier $p = \lambda \text{Log}(15/1.2) \approx 7.5$ m. C'est bien en l'occurrence la profondeur réelle de cette cavité (7 m).

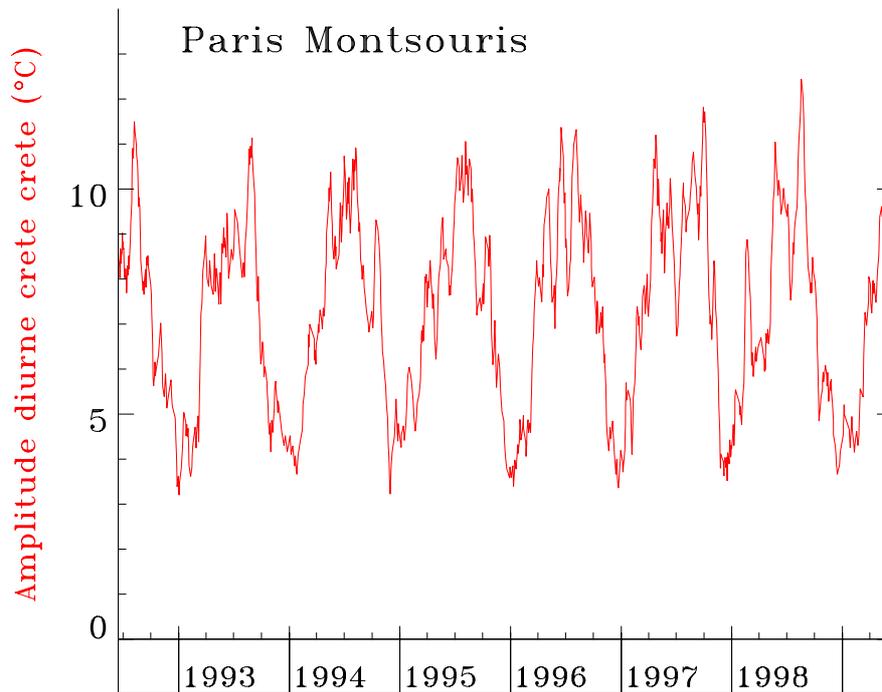


Figure 1.9. Amplitude thermique diurne à Paris en fonction du temps.

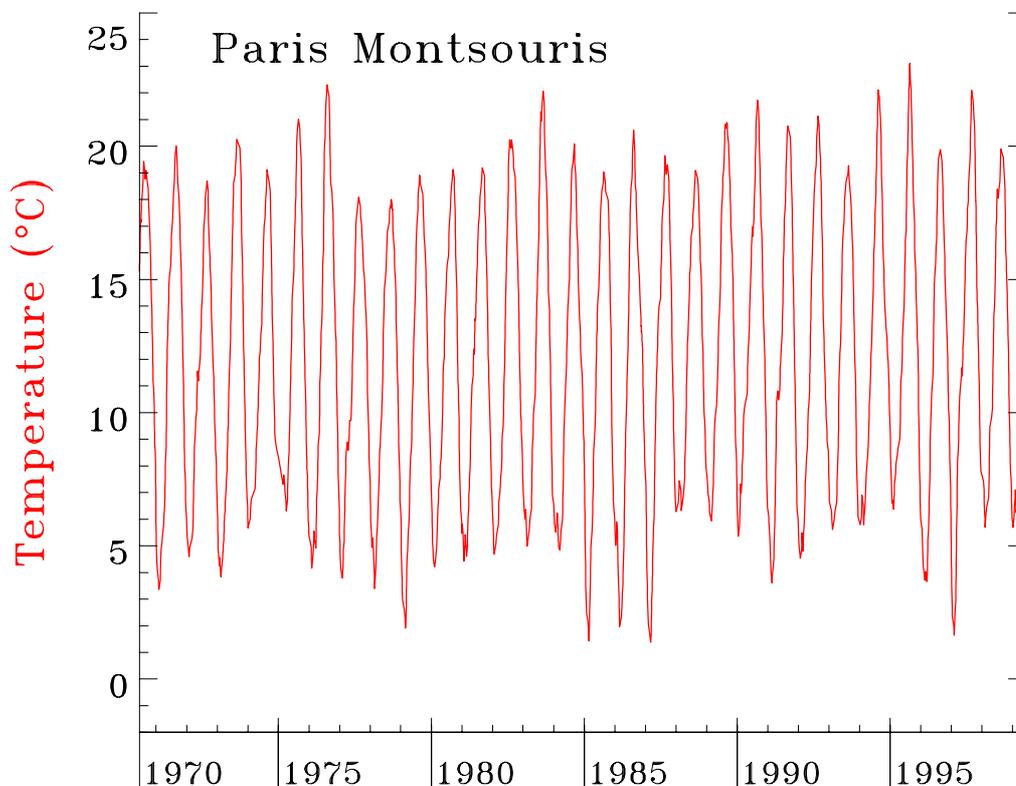


Figure 1.10. Variation annuelle de la température à Paris.

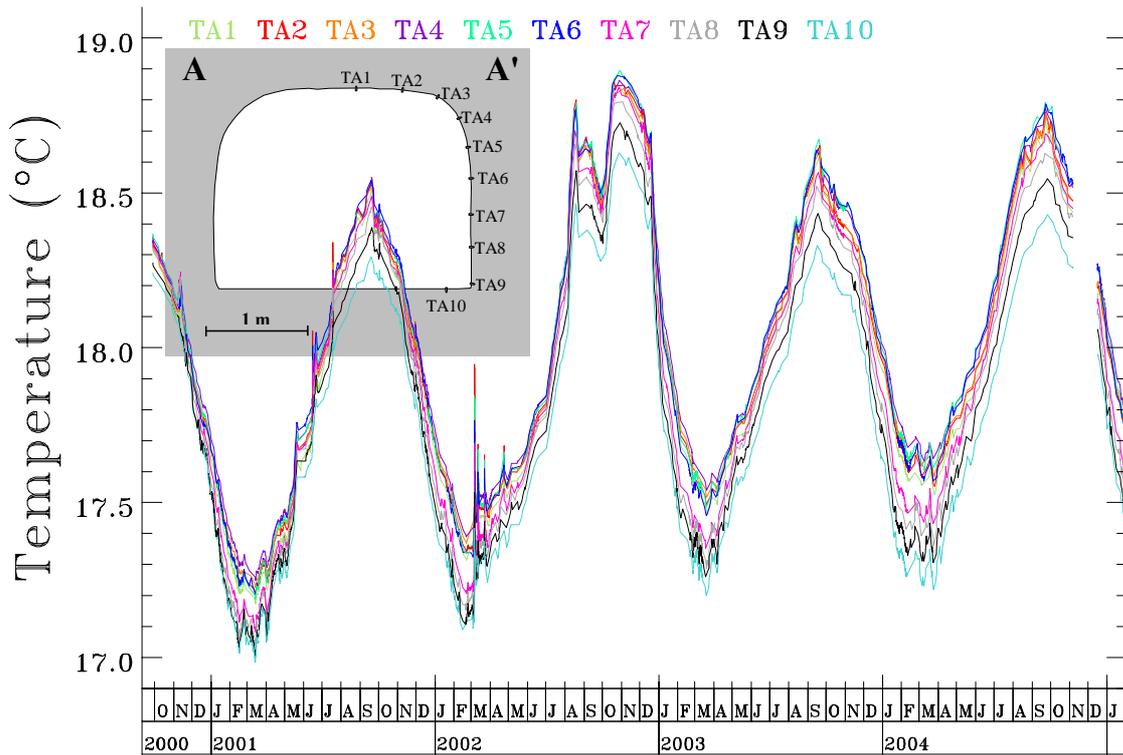


Figure 1.11. Séries de température à l'interface roche-atmosphère dans la cavité d'Aburatsubo (Japon). La position des capteurs est indiquée par le schéma.

Dans la suite, nous donnons pour référence le traitement du problème de diffusion à une dimension dans un milieu stratifié.

1.5.6 Diffusion thermique à une dimension dans un milieu à deux couches

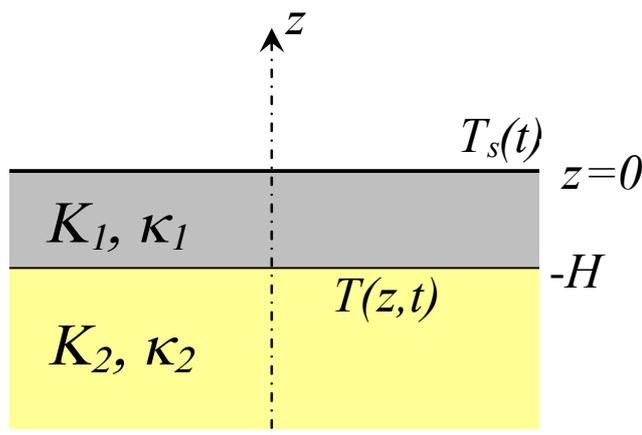


Figure 1.12. Diffusion dans un milieu à deux couches.

Considérons d'abord un milieu constitué de deux couches caractérisées par les conductivités thermiques K_1 et K_2 et les diffusivités κ_1 et κ_2 . L'interface se situe à une profondeur $-H$. Dans le milieu 1, la solution harmonique s'écrit, comme précédemment :

$$T_1(z, t) = T_0 \hat{T}_1(z, \omega) e^{i\omega t}, \quad (1.24)$$

avec :

$$\hat{T}_1(z, \omega) = A_1 e^{\frac{z}{\lambda_1}(1+i)} + B_1 e^{-\frac{z}{\lambda_1}(1+i)}, \quad (1.25)$$

où A_1 et B_1 sont des constantes et :

$$\lambda_i = \sqrt{\frac{2\kappa_i}{\omega}}. \quad (1.26)$$

De même, dans le milieu 2, nous avons :

$$\hat{T}_2(z, \omega) = A_2 e^{\frac{z}{\lambda_2}(1+i)} + B_2 e^{-\frac{z}{\lambda_2}(1+i)}. \quad (1.27)$$

Les conditions aux limites vont imposer les valeurs des constantes. D'abord, dans le milieu 2, afin de garantir une solution finie (et nulle) à $z=-\infty$, il faut $B_2=0$. D'autre part, en $z=0$, il faut que la solution coïncide avec le forçage donné $T_s(t)=T_0 e^{i\omega t}$. On a donc $A_1+B_1=1$. Les deux dernières équations encore nécessaires seront fournies à l'interface $z=-H$ par la continuité de la température:

$$A_1 e^{-\frac{H}{\lambda_1}(1+i)} + B_1 e^{\frac{H}{\lambda_1}(1+i)} = A_2 e^{-\frac{H}{\lambda_2}(1+i)}. \quad (1.28)$$

et la conservation du flux de chaleur:

$$-K_1 \frac{dT_1}{dz} \Big|_{z=-H} = -K_2 \frac{dT_2}{dz} \Big|_{z=-H}, \quad (1.29)$$

qui donne :

$$\frac{K_1}{\lambda_1} \left[A_1 e^{-\frac{H}{\lambda_1}(1+i)} - B_1 e^{\frac{H}{\lambda_1}(1+i)} \right] = \frac{K_2}{\lambda_2} \left[A_2 e^{-\frac{H}{\lambda_2}(1+i)} \right]. \quad (1.30)$$

On constate qu'il est judicieux de poser :

$$a_1 = e^{-\frac{H}{\lambda_1}(1+i)}, \quad b_1 = e^{\frac{H}{\lambda_1}(1+i)} = \frac{1}{a_1}, \quad \bar{a}_1 = e^{-\frac{H}{\lambda_2}(1+i)}, \quad \bar{b}_1 = \frac{1}{\bar{a}_1} \quad \text{et} \quad r_1 = \frac{K_2 \lambda_1}{K_1 \lambda_2} = \frac{K_2}{K_1} \sqrt{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}. \quad (1.31)$$

On a alors :

$$\begin{cases} A_1 a_1 + B_1 b_1 = A_2 \bar{a}_1 \\ A_1 a_1 - B_1 b_1 = r_1 A_2 \bar{a}_1 \end{cases}. \quad (1.32)$$

On en déduit :

$$\begin{cases} A_1 = \frac{(1+r_1)b_1}{(1-r_1)a_1 + (1+r_1)b_1} \\ B_1 = \frac{(1-r_1)a_1}{(1-r_1)a_1 + (1+r_1)b_1} \\ A_2 = \frac{2b_1}{(1-r_1)a_1 + (1+r_1)b_1} \end{cases}. \quad (1.33)$$

1.5.7 Diffusion thermique à une dimension dans un milieu stratifié

Considérons pour terminer un milieu stratifié horizontalement constitué de N couches caractérisées par les conductivités thermiques K_n et les diffusivités κ_n . L'interface entre la couche n et la couche $n+1$ est situé à la profondeur z_n . La solution dans chaque couche n fait apparaître deux constantes A_n et B_n :

$$\hat{T}_n(z, \omega) = A_n e^{\frac{z}{\lambda_n}(1+i)} + B_n e^{-\frac{z}{\lambda_n}(1+i)}. \quad (1.34)$$

Comme précédemment, nous écrivons $A_I + B_I = 1$ (condition en $z=0$) et $B_N = 0$ (condition en $z=-\infty$). Nous pouvons écrire sur n interfaces, n compris entre 1 et $N-1$, la continuité de la température et la conservation du flux de chaleur. Nous obtenons les relations :

$$\begin{cases} A_n a_n + B_n b_n = A_{n+1} \bar{a}_n + B_{n+1} \bar{b}_n \\ A_n a_n - B_n b_n = r_n [A_{n+1} \bar{a}_n - B_{n+1} \bar{b}_n] \end{cases}. \quad (1.35)$$

où nous avons posé, comme dans le cas à deux couches :

$$a_n = e^{\frac{z_n(1+i)}{\lambda_n}}, b_n = \frac{1}{a_n}, \bar{a}_1 = e^{\frac{z_{n+1}(1+i)}{\lambda_{n+1}}}, \bar{b}_1 = \frac{1}{\bar{a}_1} \text{ et } r_n = \frac{K_{n+1}}{K_n} \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} = \frac{K_{n+1}}{K_n} \sqrt{\frac{\kappa_n}{\kappa_{n+1}}}. \quad (1.36)$$

Il est pratique d'utiliser une notation matricielle, d'ailleurs utile s'il s'agit d'écrire un programme pour faire ces calculs. Les équations (1.35) deviennent :

$$M_n \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \bar{M}_n \begin{pmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

avec :

$$M_n = \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ a_n & -b_n \end{bmatrix} \text{ et } \bar{M}_n = \begin{bmatrix} \bar{a}_n & \bar{b}_n \\ r_n \bar{a}_n & -r_n \bar{b}_n \end{bmatrix}. \quad (1.38)$$

On peut alors écrire des relations de récurrence :

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \hat{M}_n \begin{pmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{pmatrix} \text{ avec } \hat{M}_n = M_n^{-1} \bar{M}_n ; \quad (1.39)$$

on peut alors résoudre le couple (A_I, B_I) en fonction de A_N :

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} A_N \\ 0 \end{pmatrix} \text{ avec } \hat{M} = \prod_{n=1}^{N-1} \hat{M}_n = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}. \quad (1.40)$$

On obtient donc :

$$\begin{cases} A_1 = m_{11} A_N \\ 1 - A_1 = m_{21} A_N \end{cases}, \quad (1.41)$$

puis :

$$A_N = \frac{1}{m_{11} + m_{21}}, A_1 = \frac{m_{11}}{m_{11} + m_{21}} \text{ et } B_1 = \frac{m_{21}}{m_{11} + m_{21}}. \quad (1.42)$$

On obtient ensuite toutes les autres constantes successivement en utilisant la relation (1.39).