

TD de Statistique L3 N°3

14 novembre 2007

Exercice 1

Un coefficient de corrélation d'un échantillon de taille 18 a été calculé à 0.32. Peut-on conclure aux seuils de signification de (a) 5% et (b) 1% que le coefficient de la population correspondante est différent de 0 ?

Réponse

$$H_0 : \rho = 0.$$

On calcule la statistique

$$t_r = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = 1.35.$$

La valeur seuil d'une loi de Student à 16 degrés de liberté est

$$t_{0.95} = 1.75$$

$t_r < t_{0.95}$: on accepte H_0 .

Exercice 2

Quelle doit être la taille de l'échantillon pour que l'on puisse conclure qu'un coefficient de corrélation de 0.32 est significativement différent de zéro au seuil de 0.05 ?

Réponse

$$t_{0.95} = 1.75$$

$$t_r = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

$t_r = 1.69$ pour un échantillon de taille 27, $t_r = 1.72$ pour un échantillon de taille 28.

Exercice 3

Un coefficient de corrélation de taille 24 vaut $r = 0.75$. Au seuil de signification de 0.05, peut-on rejeter l'hypothèse selon laquelle le coefficient de corrélation de la population est aussi petit que (a) $\rho = 0.60$ et (a) $\rho = 0.50$?

Réponse

$$Z = 0.5 \log \left(\frac{1+0.75}{1-0.75} \right) = 0.9730$$

$$\mu_Z = 0.5 \log \left(\frac{1 + 0.60}{1 - 0.60} \right) = 0.6932$$

$$\sigma_Z = \frac{1}{n - 3} = 0.048$$

$$z = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z} > 1.96$$

Exercice 4

Le coefficient de corrélation entre les notes finales en physique et en mathématiques d'un groupe de 21 étudiants vaut 0.80. Trouver les limites de l'intervalle de confiance à 95% de ce coefficient.

Réponse

$$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + r}{1 - r} \right) - 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{n - 3}} < \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right) < \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + r}{1 - r} \right) + 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{n - 3}}$$

Donc

$$0.5366 < \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right) < 1.56.$$

Donc

$$0.49 < \rho < 0.92.$$

Exercice 5

Deux coefficients de corrélation obtenus à partir d'échantillons de tailles $n_1 = 28$ et $n_2 = 35$ valent respectivement $r_1 = 0.50$ et $r_2 = 0.30$. Existe-il une différence significative entre les deux coefficients au seuil 0.05 ?

Réponse

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2$$

On a

$$Z_1 = 0.5 \log \left(\frac{1 + r_1}{1 - r_1} \right) = 0.5493$$

$$Z_2 = 0.5 \log \left(\frac{1 + r_2}{1 - r_2} \right) = 0.3095$$

$$\sigma_{Z_1 - Z_2} = \sqrt{\frac{1}{n_1 - 3} + \frac{1}{n_2 - 3}} = 0.2669$$

H_0 est $\rho_1 = \rho_2$

$$z = \frac{Z_1 - Z_2}{\sigma_{Z_1 - Z_2}} = 0.8985$$

On accepte H_0 .