Forme et structure interne

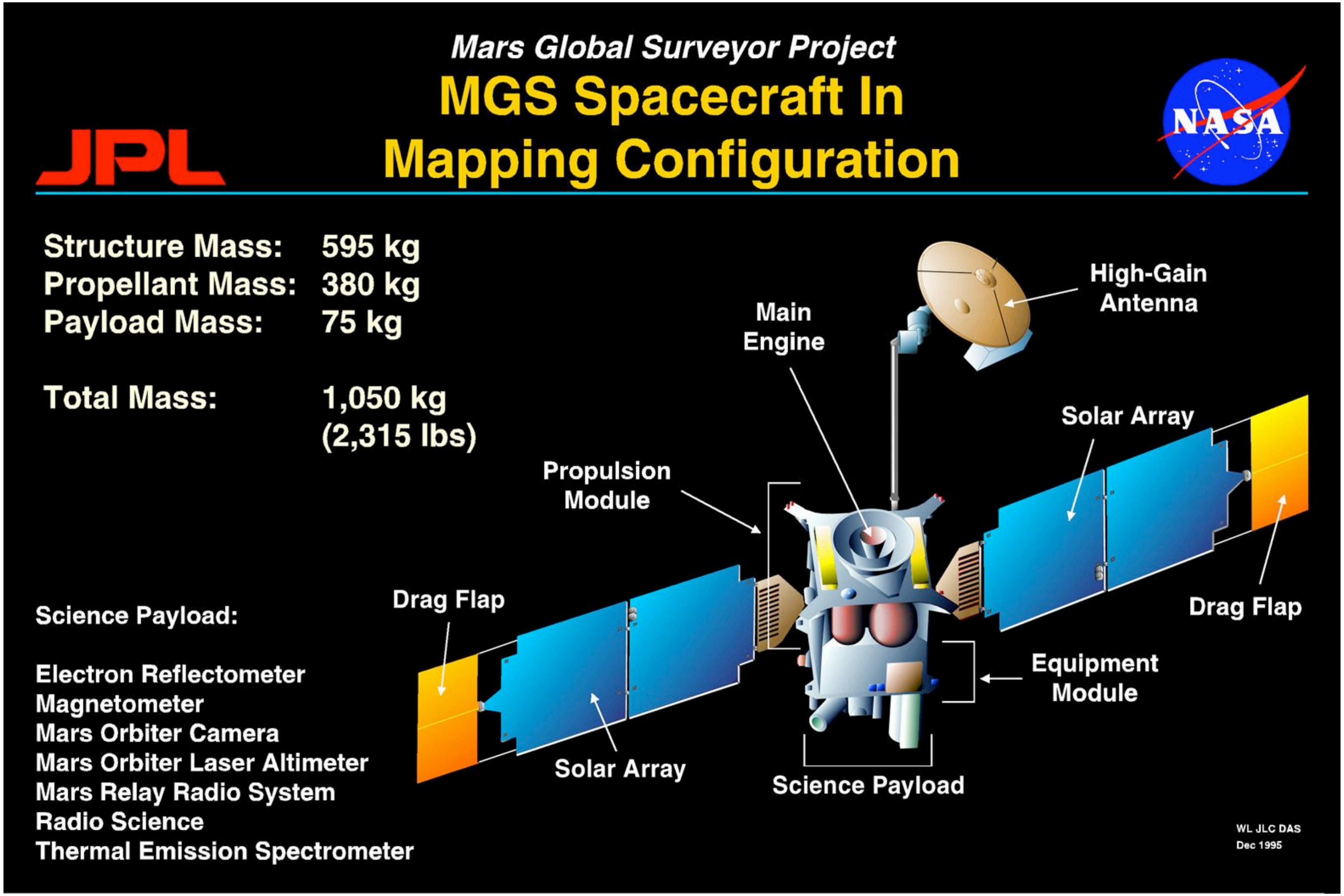
Information géophysique: structure Interne

	Mercure	Venus	Terre	Mars	Lune	Ganymede	Io
Rayon	0,38	0,95	1	0,54	0,27	0,41	0,28
Masse	0,055	0,815	1	0,107	0,012	0,018	0,015
Masse volumique	5430	5250	5515	3940	3340	1940	3554
Masse volumique non comprimée	5300	4000	4100	3800	~3300	1800	~3500
Moment d'Inertie	0,34	?	0,3355	0,3662	0,3905	0,3105	0,378
Rayon Noyau	0,8	0,55	0,546	0,5	0,25	0,30	0,50
Sismologie	NON	NON	OUI	NON	OUI	NON	NON

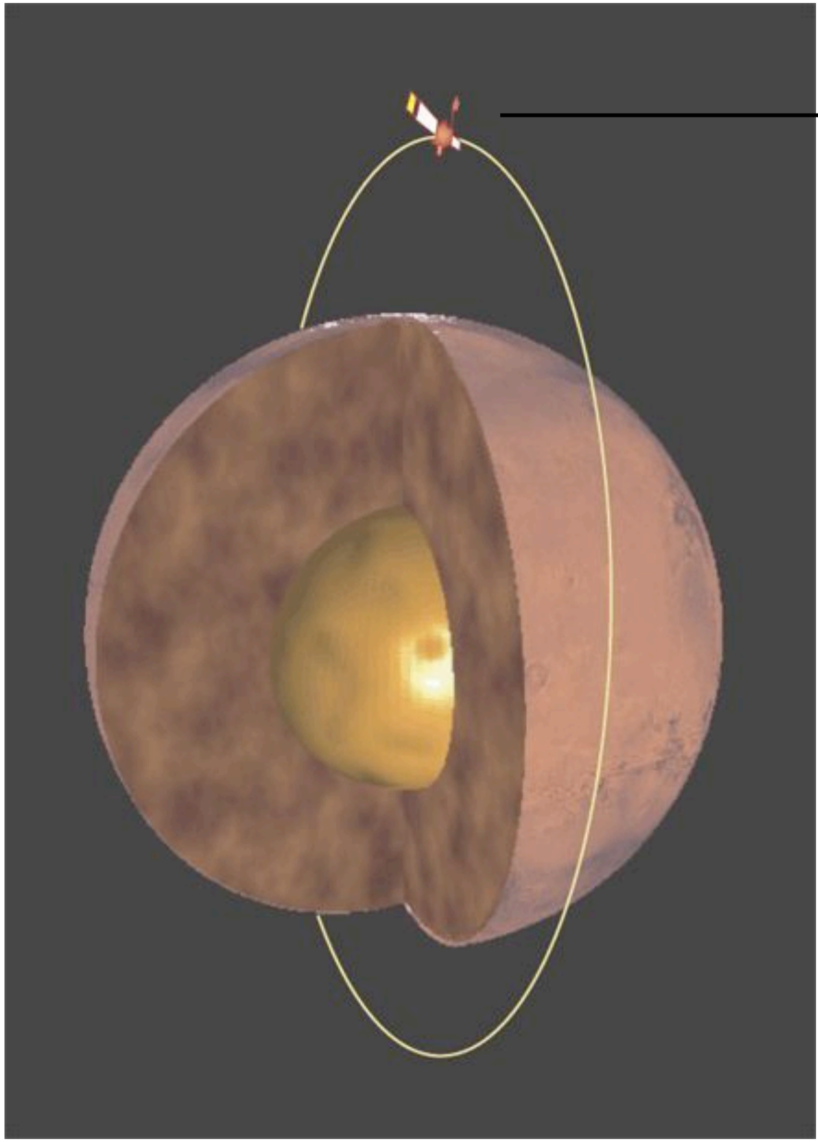
Les premières mesures astronomiques

- Mars a deux satellites: Phobos et Deimos
  - La mesure des périodes et demi-grand axes donne la masse de Mars avec lois de Kepler
    - 0.16% (Hall, 1878), 3 10^{-4} % (Mariner 4, 1965), < 10^{-4} % (Mariner 9-Viking, 1976)
  - La planète est elliptique: faible perturbation de la trajectoire de Phobos: paramètre J_2
  - La planète ne se déforme pas immédiatement avec la marée de Phobos: viscosité de la planète et coefficient de qualité associé
- Paramètres géophysiques:
  - Densité moyenne : 3933.5 kg/m^3
  - Rayon moyen et aplatissement: 3389.92 km , 1/160
  - J_2 et décalage entre centre de masse et de figure: 1,96 10^{-3} ; 2.5 km
  - Coefficient d'atténuation moyenne : 50-150

En orbite depuis le 11 septembre 1997



Comment mesurer la gravité depuis l'orbite?



Signal Radio vers la Terre

$$\vec{F} = m\vec{a} = \int_V \frac{G\,\rho\,dV}{\left|r - r_{spacecraft}\right|^2}\hat{r}$$

La force agissant sur le satellite dépend de la gravité

La fréquence du signal dépent de la vitesse du satellite via un effet Doppler:

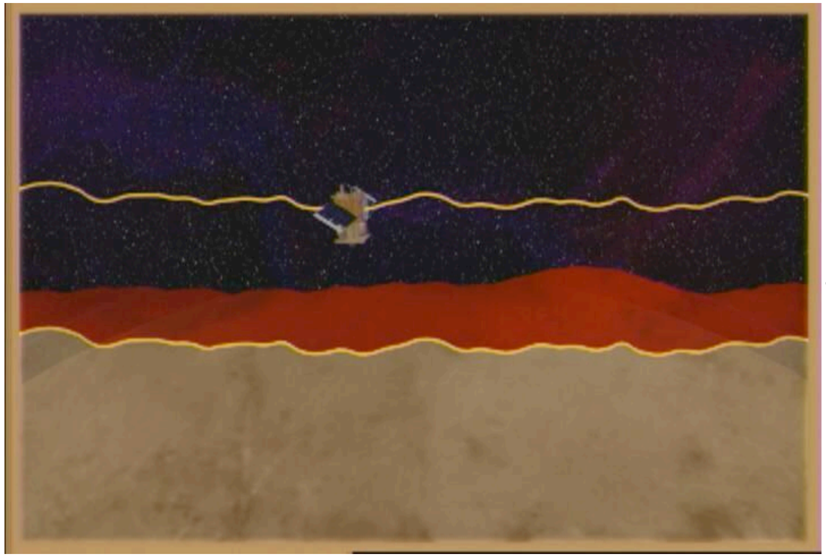
$$\omega' = \omega\sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

Comme

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Le champ de gravité peut être obtenu après analyse

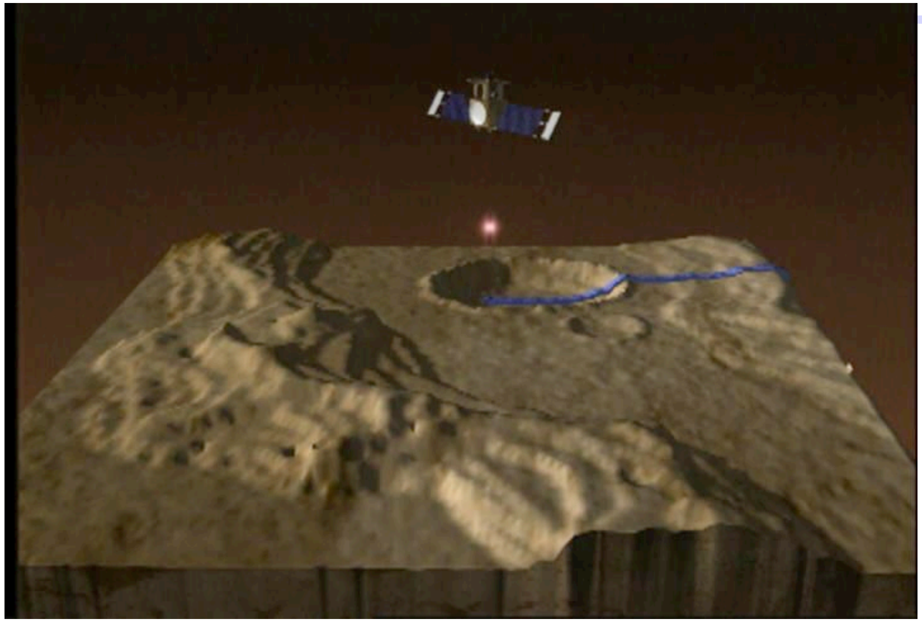
Mars: Mesures de gravité: principe et évolution



- Mariner 9: première mesure grâce à l'effet Doppler (Bande S): par exemple Lorell, 1972,Born, 1974
  - Ellipticité et grande structures s<4
- Mariner 9 + Viking (Gapcynski et al., 1977, Christensen et Balmino, 1979, Balmino et al., 1982)
  - Grande structures tectoniques s<16

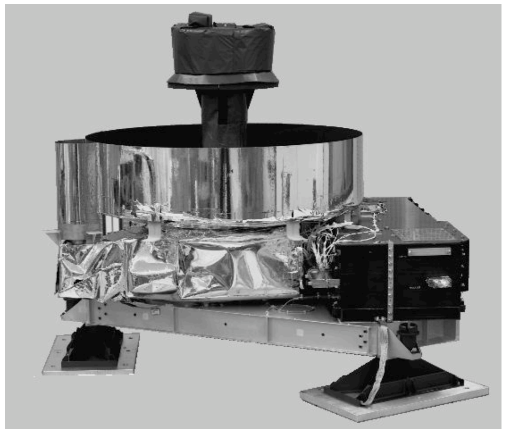
- Mars Global Surveyor: mesure en Bande X (moins d'effets de plasma) très fine (erreur de vitesse < 100μm/s)
  - Structure fines s < 60-80
  - Comparaison avec la Terre: 2/3 de la résolution de la mission GOCE, dont le lancement sera en … 2004
  - Maintenant, une constellation de 4 satellites (MGS, Odysee, MRO, MXP)

Altimétrie: principe et historique

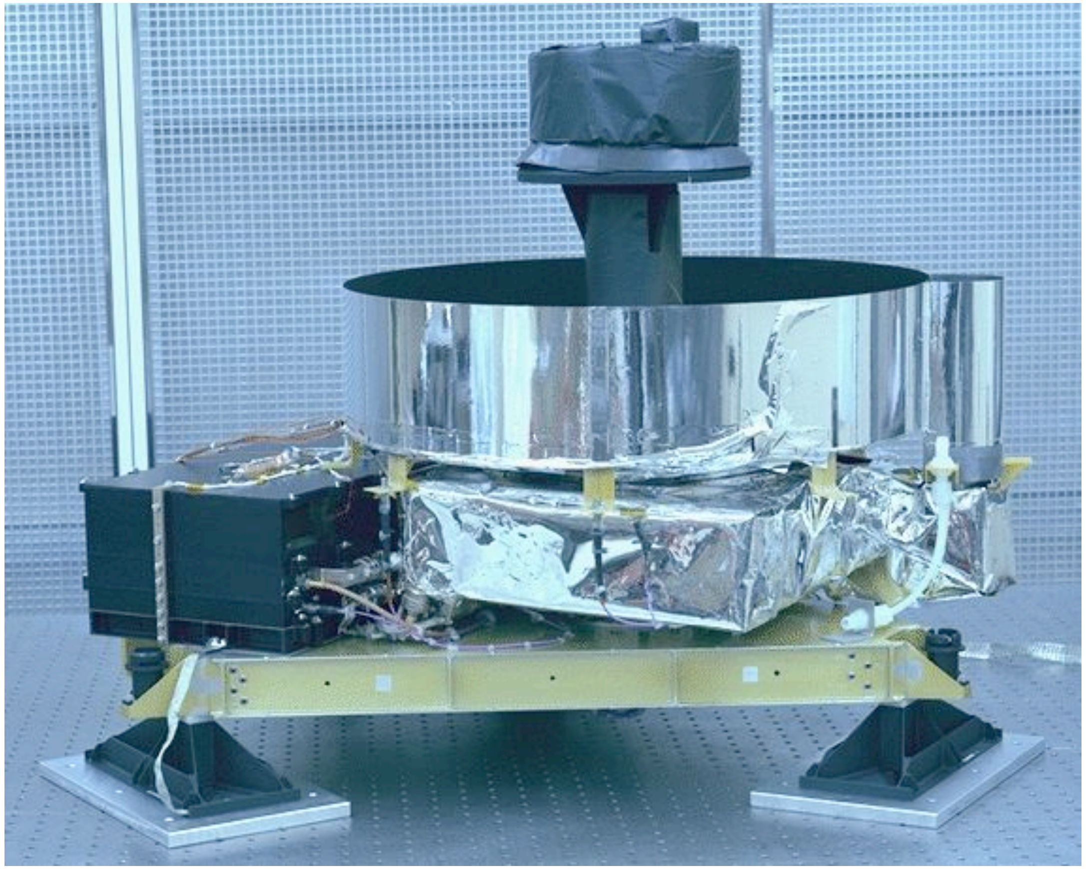


- Première mesure radar depuis la Terre (Goldstone, Aricebo, etc) 200 m de précision
- Mesure d’occultation radio des sondes Mariner 9 et Viking
  - Structure de grande échelle s < 8

- MGS: expérience MOLA (Zuber et al.)
  - Résolution latérale (taille du spot): 130-330 m
  - Résolution absolue: 10 m
  - Résolution relative: 35 cm



MOLA:
Mars Orbiter Laser Altimeter



Range Precision: ~ 37 cm

Absolute Vertical Resolution: <10 m

Surface Spot Size: 130 m

Along Track Shot Spacing: ~330 m

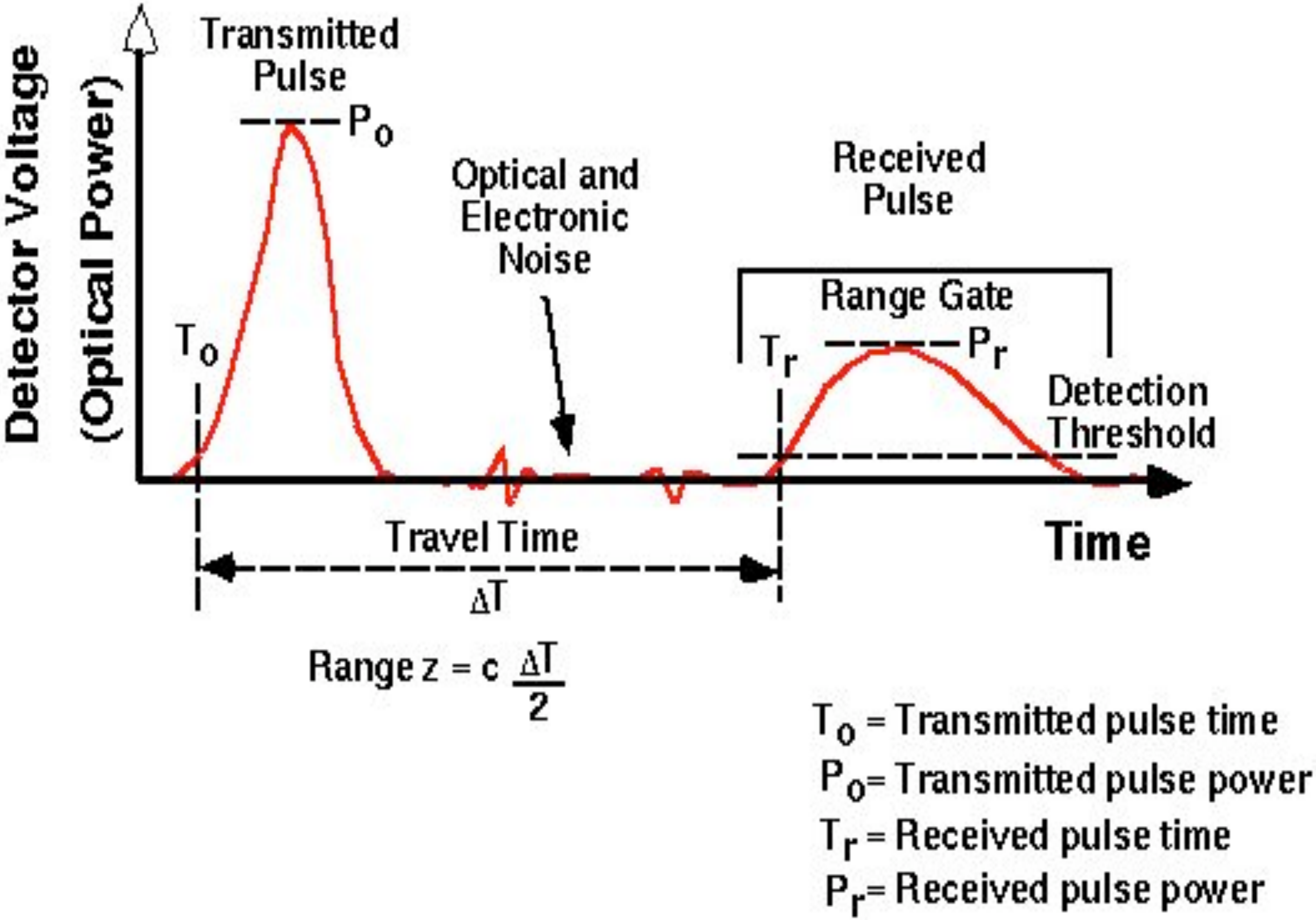
Cross-Track Spacing: ~1-30 km (equator)

Mass: 25 kg

Total number of Shots: ~640 Million

Currently acting as a radiometer

LASER RANGING SCHEMATIC



Hypothèse hydrostatique

Supposons une planète en équilibre isostatique ,c'est-à-dire pour laquelle
$0 = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g}$

Conséquence importante :

- $\vec{\nabla} p \times \vec{\nabla} U = \rho \vec{\nabla} U \times \vec{\nabla} U = 0$, p et U sont constant sur les mêmes surfaces
- $\vec{\nabla} \times (\rho \vec{\nabla} U) = \vec{\nabla} \rho \times \vec{\nabla} U = 0$, ρ et U sont constant sur les mêmes surfaces
- La surface de la planète, de pression constante, est une équipotentielle (géoide)

Simplifications faites…

Dans la lithosphère élastique, déviateur de pré-contraintes

- Dans le manteau , forces de viscosité associées à la convection

$\nabla.\vec{\sigma}_{visq} \approx \dfrac{\eta v}{L^2} \sim$ 0.1 Pa/m^2 (η =10^{21}Pa.s, v=1cm/an=3 10^{-10} m/s, L=2000km = 2 10^6m)

$\rho \vec{g} \sim 5\ 10^4$ Pa/m^2

- Dans le noyau,forces de Coriolis, Forces de Lorentz

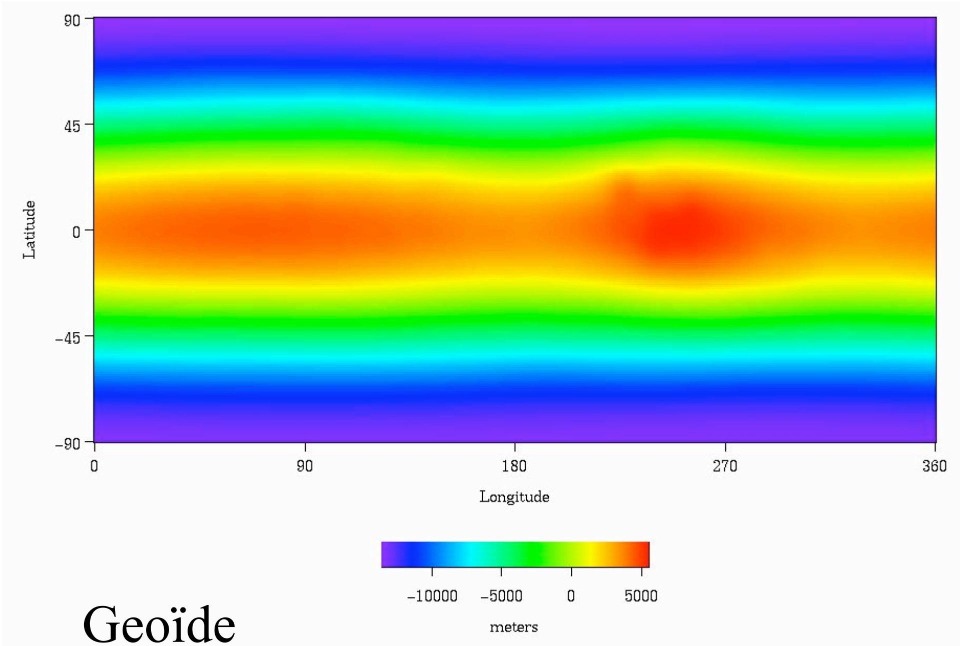
$-2\rho \vec{\Omega} x \vec{v}$ ~10^{-8} $\rho \vec{g}$ (Ω~7 10^{-5} s, v~0.1 cm/s ~10^{-3} m/s)

$\dfrac{1}{\mu_0}(\nabla x B) x B$ (terme magnétique 10 fois plus petit)

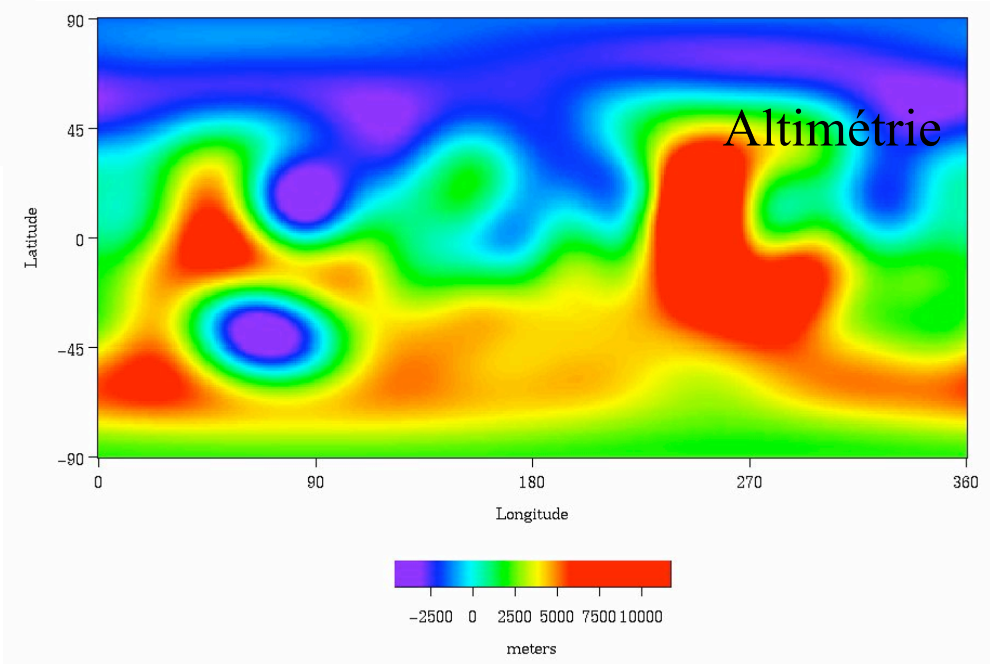
Forces de viscosité négligeables

- Précision des mesures spatiales suffisantes pour détecter les effets des courants mantelliques sur la forme de la planète.

Mariner 9... (1974)

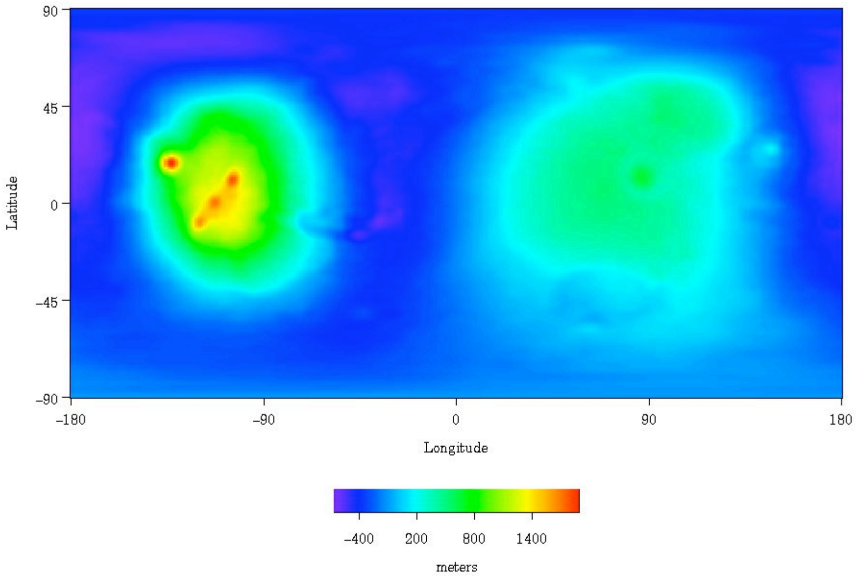


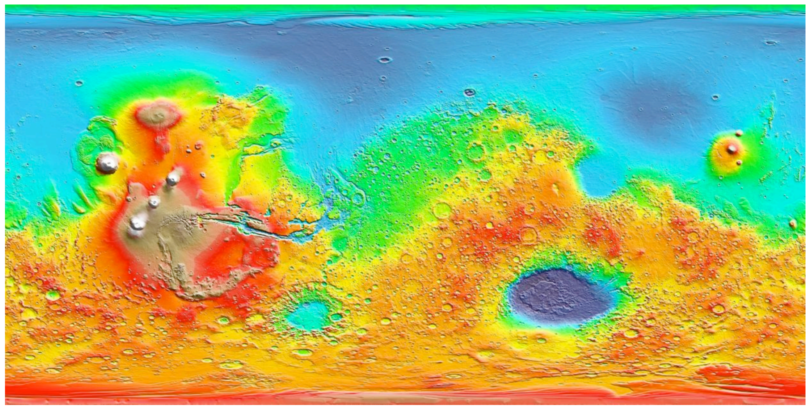
Geoïde



Altimétrie

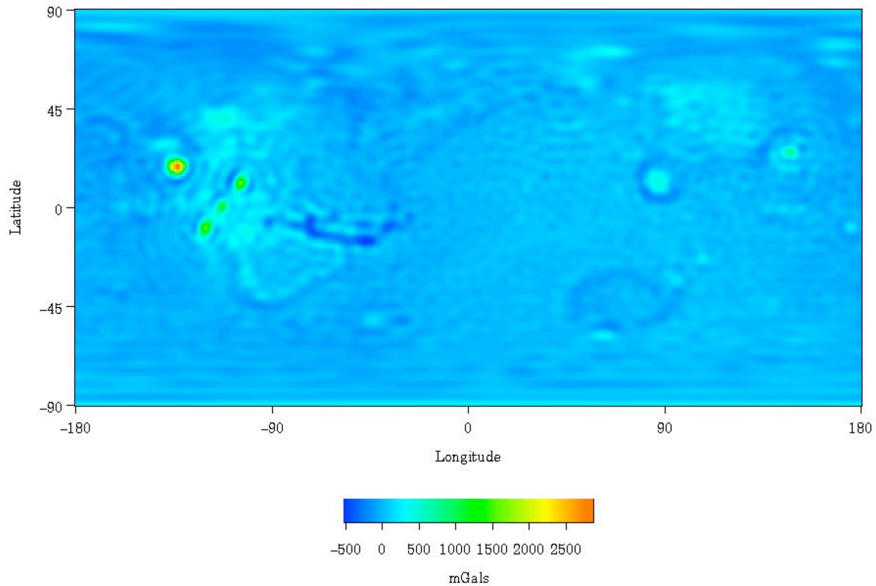
Mars Global Surveyor (1997)





Altimétrie

Variation du Geoïde
par rapport à
l'ellipsoïde de référence



Anomalies de gravité
du géoïde par rapport à
l'ellipsoïde de référence

J_2

Pour une planète elliptique, le potentiel de gravité (pesanteur) s'écrit:

$$U = -\frac{\mathcal{G}M}{r} + \frac{\mathcal{G}Ma^2}{2r^3} J_2 (3sin^2\theta - 1), \quad \text{gravité}$$

$$U = -\frac{\mathcal{G}M}{r} + \frac{\mathcal{G}Ma^2}{2r^3} J_2 (3sin^2\theta - 1) - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2\theta, \quad \text{pesanteur}$$

oú $J_2 = \frac{C-A}{Ma^2}$. J_2 et $\frac{C-A}{A}$ permettent de trouver A et C. Si la précession n'est pas connue (par exemple pour Vénus, Mercure), il faut faire l'hypothése d'une planéte à l'équilibre hydrostatique.
La surface de la planète est alors une équipotentielle, et donc

$$\begin{aligned} U_0 &= -\frac{\mathcal{G}M}{a}(1 + \frac{1}{2}J_2) - \frac{1}{2}a^2\omega^2, \\ &= -\frac{\mathcal{G}M}{c}(1 - \frac{1}{2}J_2(\frac{a}{c})^2), \end{aligned}$$

ce qui donne après résolution

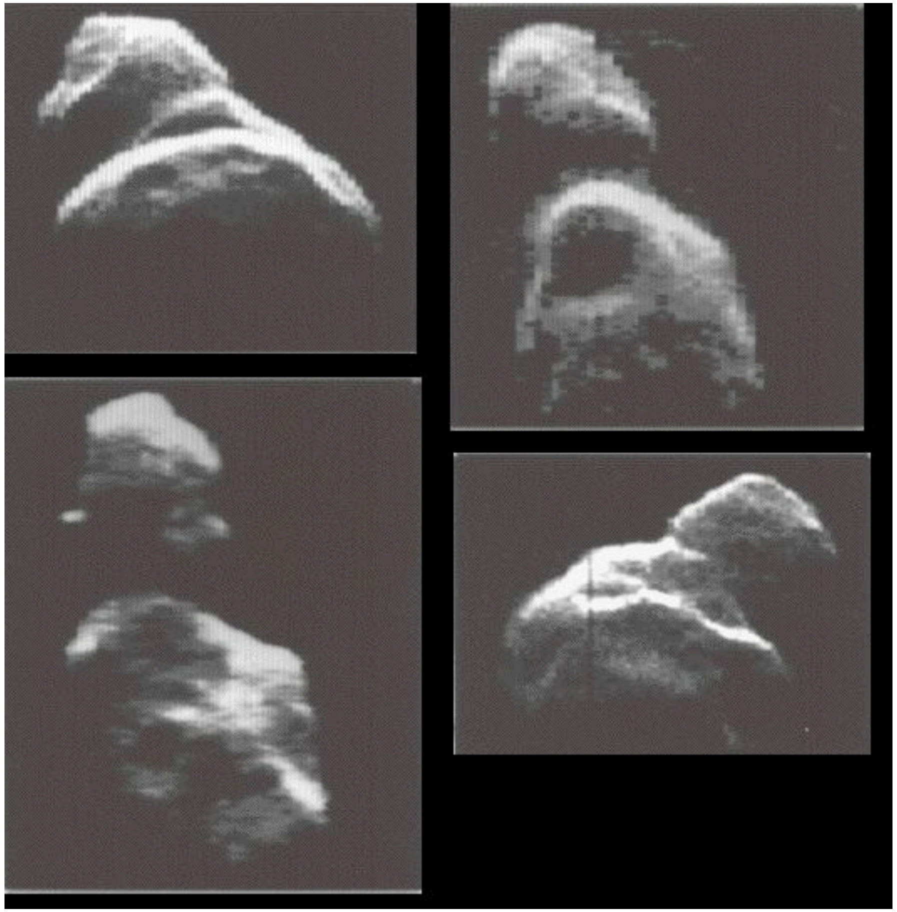
$$f = \frac{a-c}{a} = \frac{3}{2}J_2 + \frac{1}{2}\frac{a^3\omega^2}{\mathcal{G}M}$$

Hypothèse hydrostatique

	J_2 (10^{-6})	J_3 (10^{-6})	J_4 (10^{-6})	J_5(10^{-6})	J_6(10^{-6})	q_r	I/Mr^2	F (10^{-3})	ΔF(%)
Mercure	60±20					10^{-6}			
Venus	4.46±0.03	-1.93±0.02	-2.38±0.02			6.1 10^{-8}			
Terre	1082.627	-2.532 ±0.002	-1.620±0.003	-0.21	0.65	3.45 10^{-3}	0.3355	3.35282	0.11
Lune	203,43 ±0.09					7.6 10^{-6}	0.3932	0.7509	58.85
Mars	1960.5±0.2	31.5±0.5	-15.5±0.7			4.57 10-3	0.3662	6.117	14.57
Jupiter	14736±1	0	-587±5	0	31±20	0.089	0.254	64.87	-2.67
Saturn	16298±10	0	-915±40	0	103±50	0.155	0.210	97.96	-4.07
Uranus	3343.4±0.3	0	-28.9±0.5			0.029	0.23	22.93	14.89
Neptune	3411±10	0	-35±10			0.026	0.23	17.08	-6.06
Io	1863±90						0.378 ±0.005		
Europe	438±9						0.348 ±0.002		
Ganymède	127±3						0.3105 ±0.003		
Callisto	34±5						0.358 ±0.004		

- Planètes telluriques… de moins en moins vrai avec la taille
- Planète géante… effets non linéaire de la théorie

Cas extrême non-hydrostatique



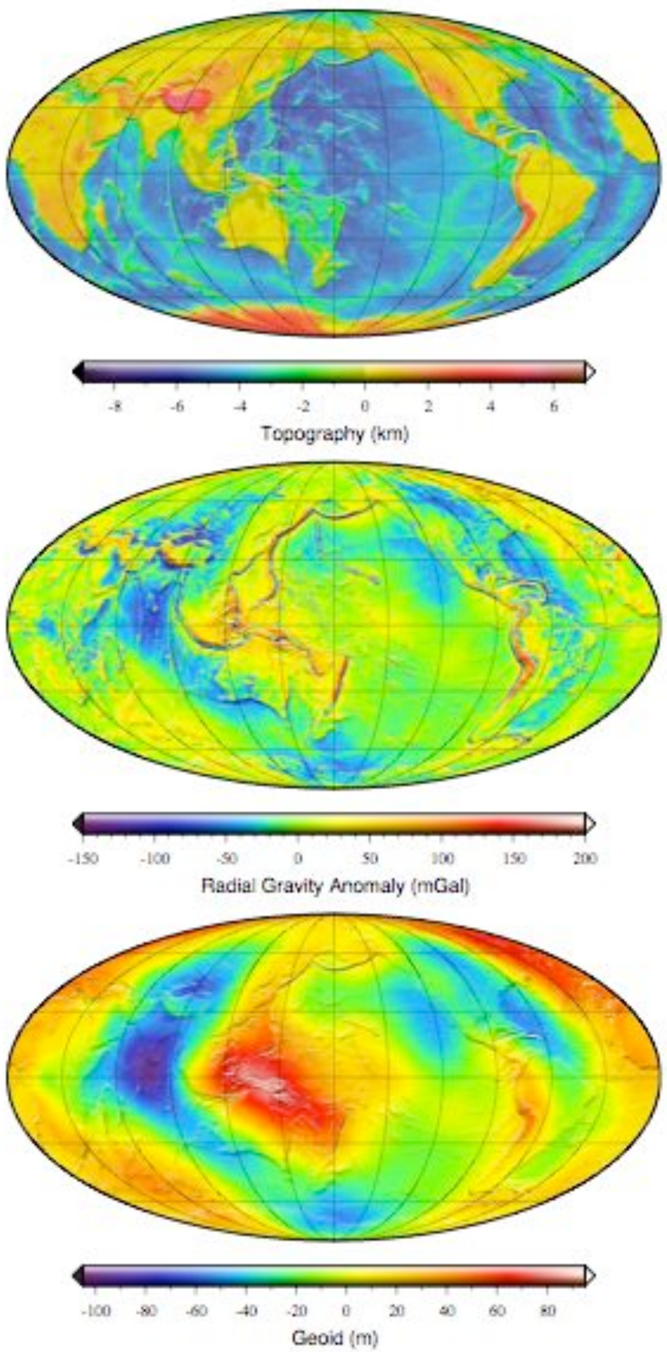
Toutatis (4 km x 2.5 km)
Image Radar-Goldstone

Mathilde (59kmx47 km) -NEAR

IDA (58kmx23) - Galiléo

Comparaison des formes et champs de gravité

- Tompographie
- Anomalie de gravité à la surface
- Géoide (équipotentielle)

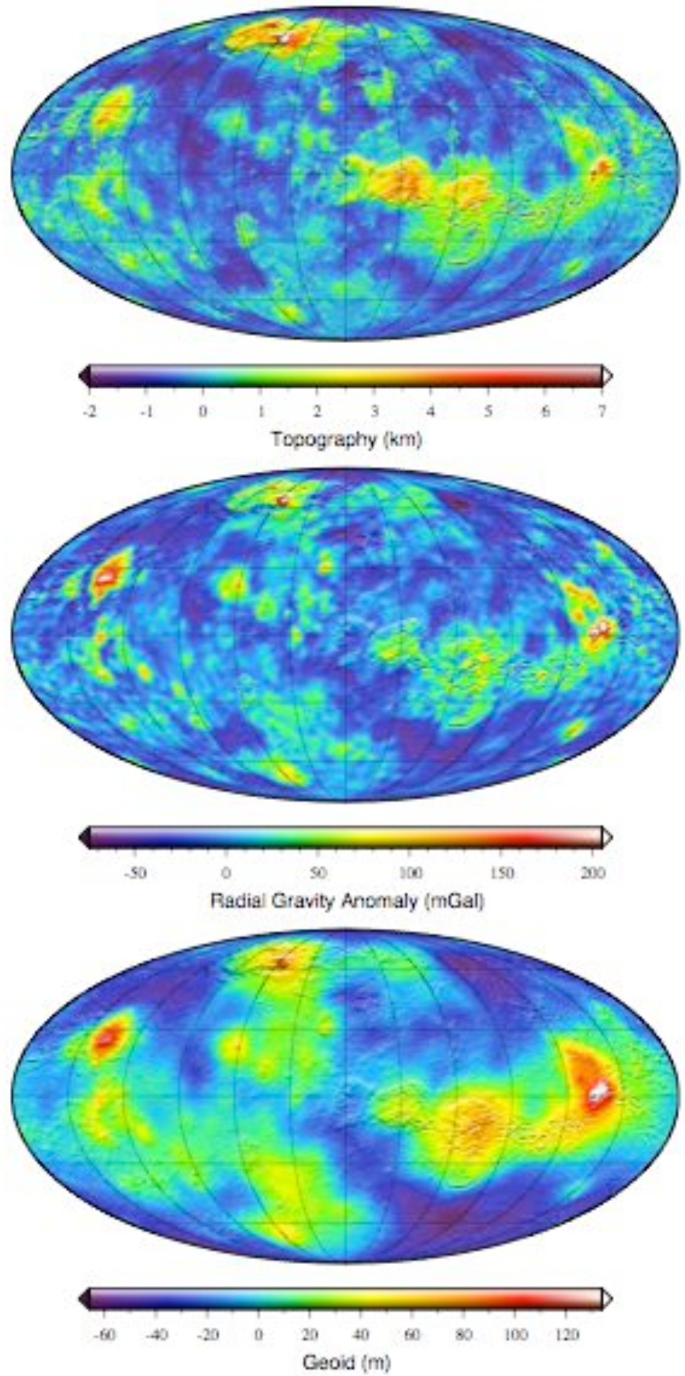


<-

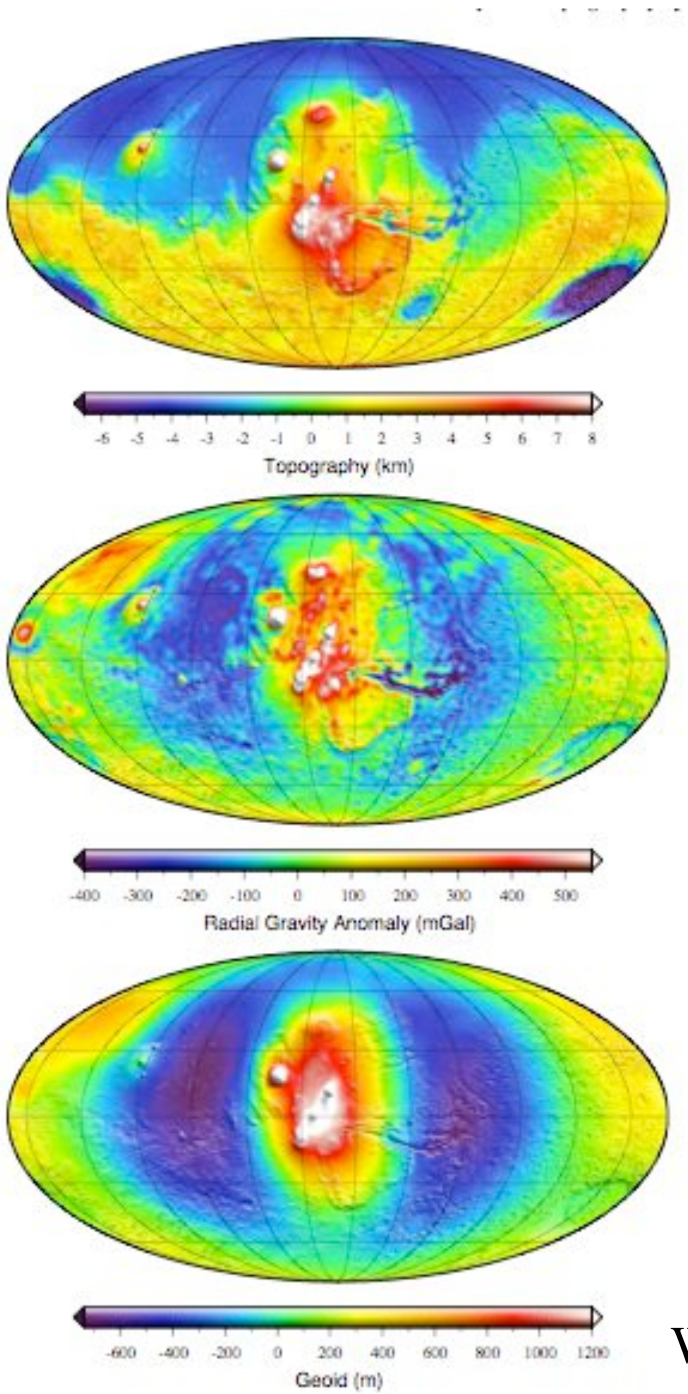
Terre

->

Venus



Wieczorek, 2006

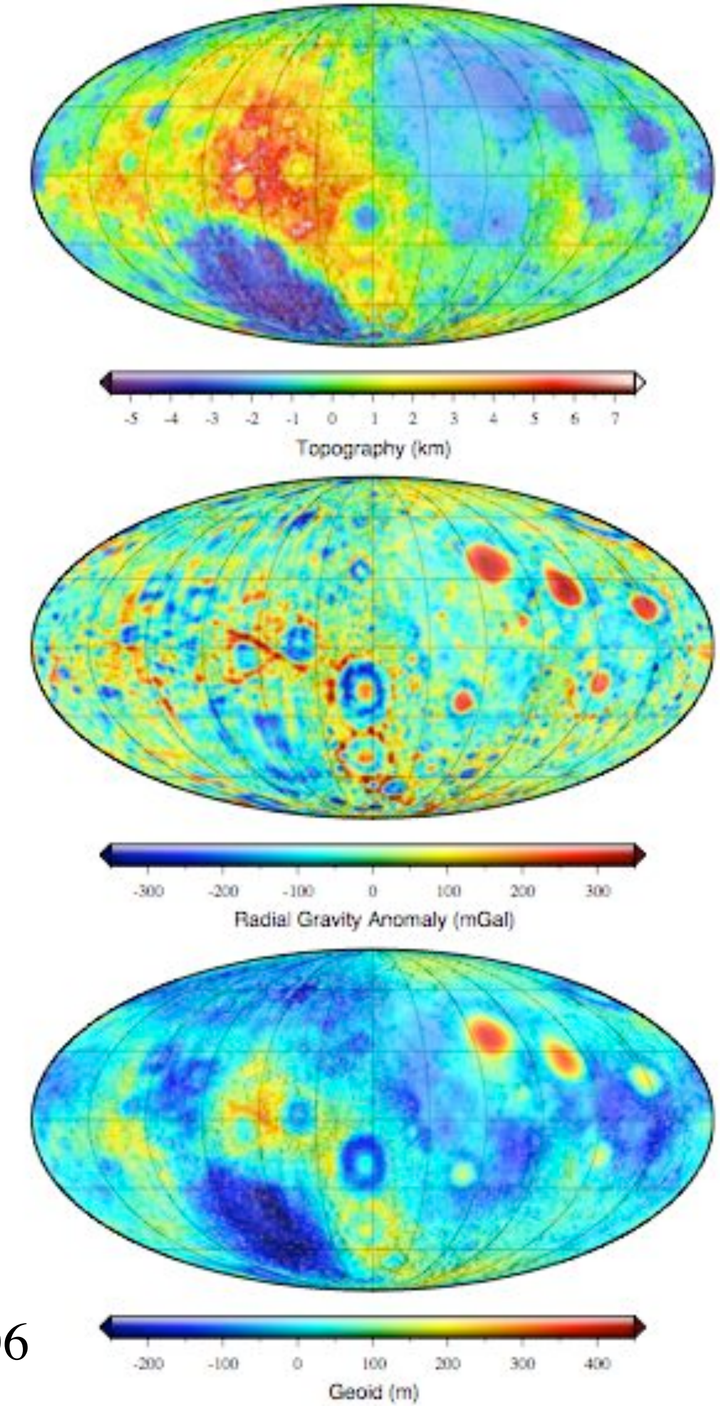


<-

Mars

->

Lune



Wieczorek, 2006

Structure profonde: J_2 et les moments d'inetrties

Comment mesurer A et C? (1/2)

Considérons une planéte en rotation autour de son centre de gravité. Cette planéte subit un certain nombre de forces extérieures, telles que les forces de gravités des autres astres qui, par l'intermédiaire de la force de marée produiront des variations temporelles du moment cinétique. Ce dernier n'est donc pas isolé, et va varier dans le temps, tant en amplitude qu'en direction. On peut préciser ce probleme en écrivant le théoréme du moment cinétque dans le repére mobile lié à la planéte. Dans ce repére, le moment cinétique vaut

$$\begin{aligned}\mathbf{J} &= \int dV\, \rho \mathbf{r} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}), \\ &= (pA, qB, rC)\end{aligned}$$

où A, B, C sont les moments d'inerties par rapport aux axes x,y,z de la planéte, qui valent

$$\begin{aligned}A &= \int dV\ \rho(y^2 + z^2), \\ B &= \int dV\ \rho(x^2 + z^2), \\ C &= \int dV\ \rho(x^2 + y^2)\end{aligned}$$

Comment mesurer A et C? (2/2)

La dérivation du moment cinétique dans le repaire mobile conduit alors aux équations On peut alors appliquer le théoréme du moment cinétique par rapport au repére tournant, ce qui donne alors

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{J}}{dt} &= \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{J} \\ &= (qr(C-B), pr(A-C), pq(B-A))\end{aligned}$$

et on obtient alors finalement les équations qui régissent la rotation d'une planéte, dites équations d'Euler

$$\begin{aligned}A\frac{dp}{dt} + (C-B)qr &= L \\ B\frac{dq}{dt} + (A-C)rp &= M \\ C\frac{dr}{dt} + (B-A)pq &= N\end{aligned}$$

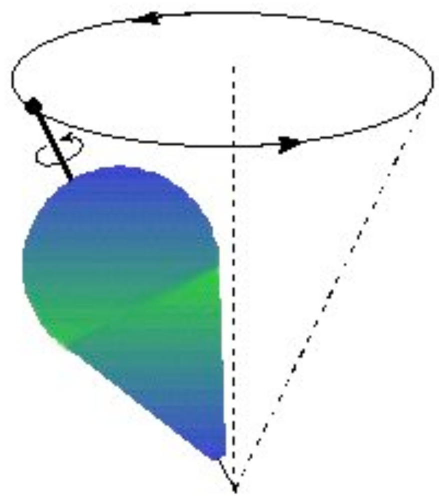
Cas elliptique:
A=B
Paramètre:
(A-C)/A

Mouvement libre

- Mouvement périodique de 305 jours théorique
- Observation (mode de Chandler)=435 jours
  - Déformation de la Terre lors de la rotation

Mesurer le moment d'inertie

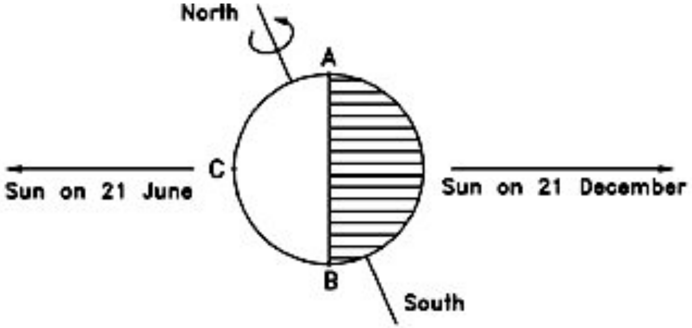
- Etude de la rotation des planètes
- Pour la Terre, première étude faite par Hyparque vers 130 AC
  - Période de précession de 26 000 ans
- La rotation est connue avec précision
  - depuis les missions Apollo pour la Lune
  - Depuis le mission Pathfinder pour Mars
  - Elle reste inconnue pour Mercure et pour Vénus
- Les forces sont connues avec précision

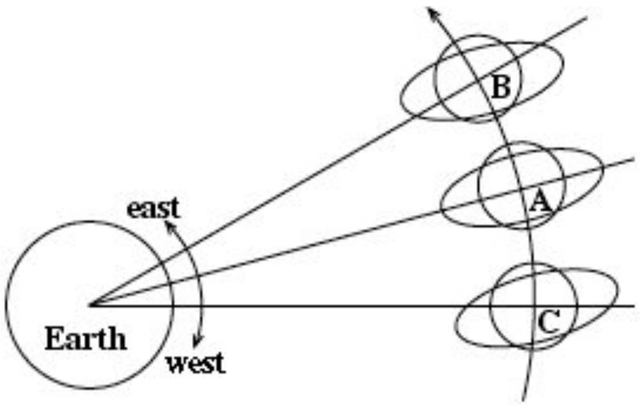


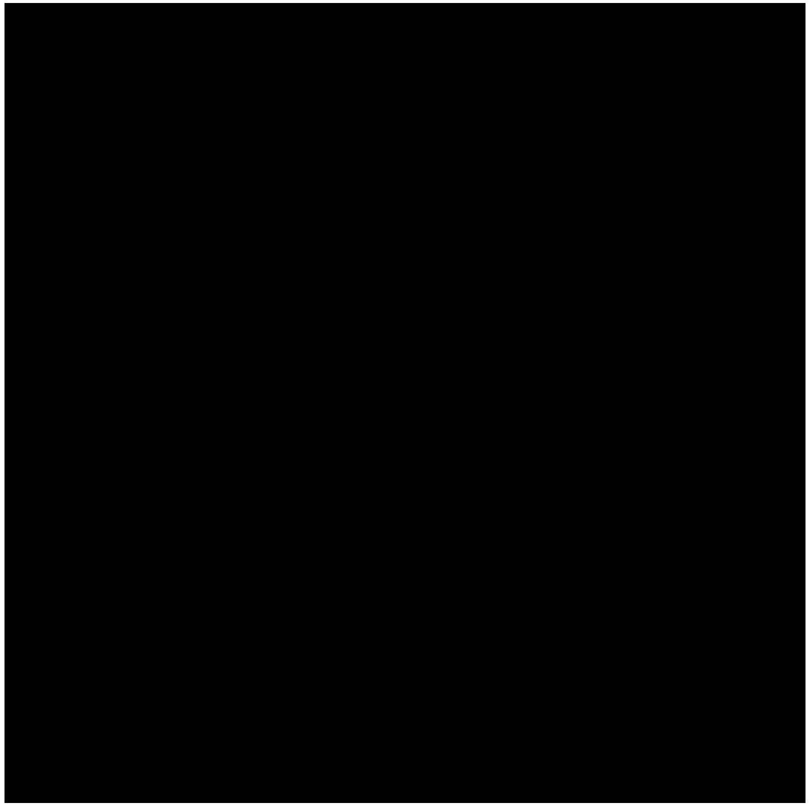
$$\vec{L} = M_s \vec{R} \times \vec{\nabla} V_{attraction}$$

Lune…

Rotation de la Lune et librations







• rotation synchrone

• libration géometrique (associées à l'orientation de l'axe de rotation sur l'ecliptique: 6°50', effet de rotation/ellipticité: 7°54', effet de taille finie: 1°)… pas d'information mais 59% de la surface de la Lune visible

• libration physique (pôle-à-pôle, 1.5°, longitudinale:0.25')

Interpretation

$$I = \int dV \rho d^2 \approx \frac{2}{3} \int dV \rho r^2$$

Cas homogène

$$\boxed{\frac{I}{Ma^2} = 0.4}$$

$$-\frac{dP}{dr} + \rho g = 0$$

$$M(r) = \frac{4\pi}{3} \rho r^3$$

$$g = -G\frac{M(r)}{r^2} = -\frac{4\pi G}{3} \rho r$$

d'où

$$P = P_s + \frac{2\pi G}{3} \rho^2 (a^2 - r^2)$$

Cas compressible

$$\rho \vec{g} - \nabla p = \vec{0}$$

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P}$$

$$\nabla . \vec{g} = -4\pi G \rho$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{I}{Ma^2} \\ &= 0.4\left[1 - \frac{4}{35}\zeta + \frac{8}{1575}(9 + 10b)\zeta^2\right] \\ &= 0.3986 \end{aligned}}$$

d'où, si $K = K_0 + bp$ ($K_0 = 1.5\ 10^{11}$ Pa, b=8)

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{\zeta}{a^2}(a^2 - r^2) - \frac{\eta}{a^4}(a^2 - r^2)^2 \right]$$

avec

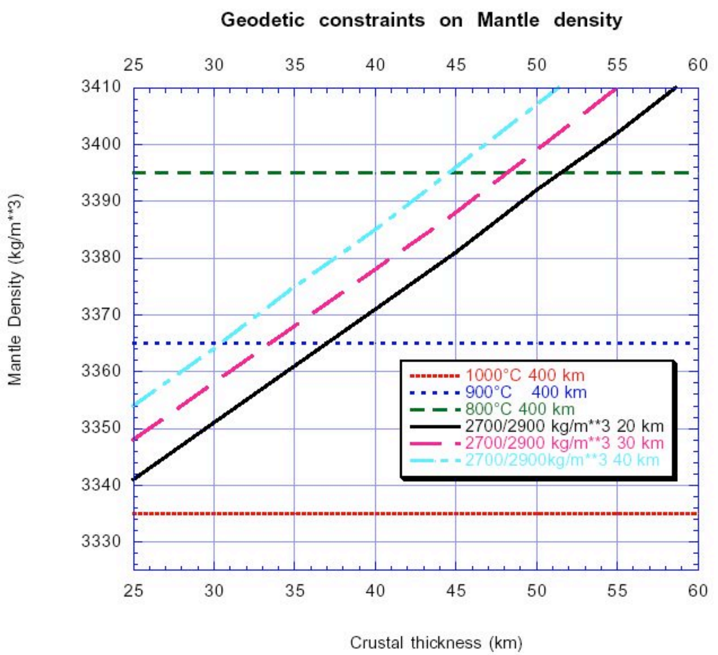
$$\zeta = \frac{2\pi}{3} \frac{G \rho_0^2 a^2}{K_0}, \eta = \frac{2\pi^2}{9} \frac{b G^2 \rho_0^4 a^4}{K_0^2} = \frac{1}{2} b \zeta^2$$

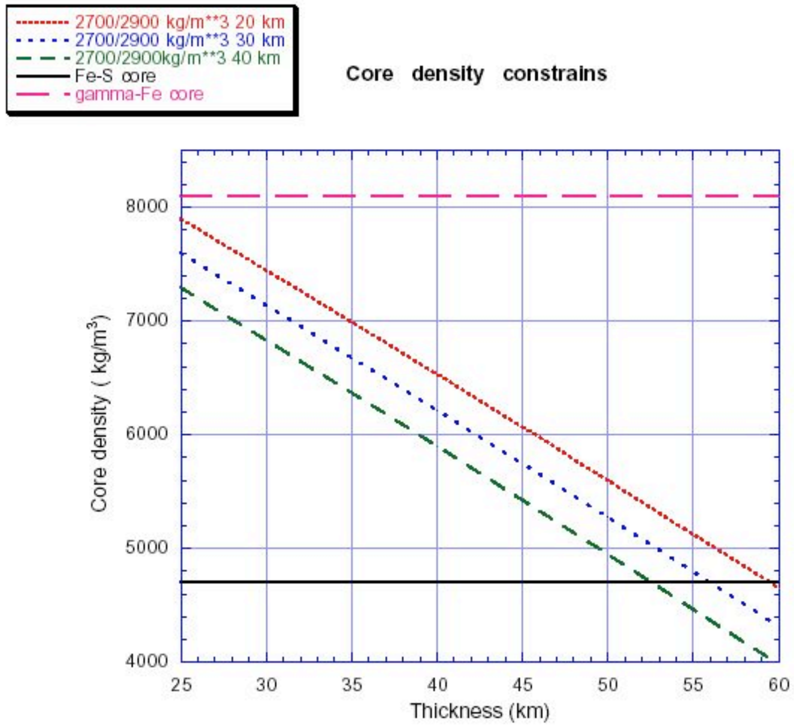
et

$$M = \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_0 \left(1 + \frac{2}{5}\zeta - \frac{8}{35}\eta \right), I = \frac{8\pi}{15} a^5 \rho_0 \left(1 + \frac{2}{7}\zeta - \frac{8}{63}\eta \right)$$

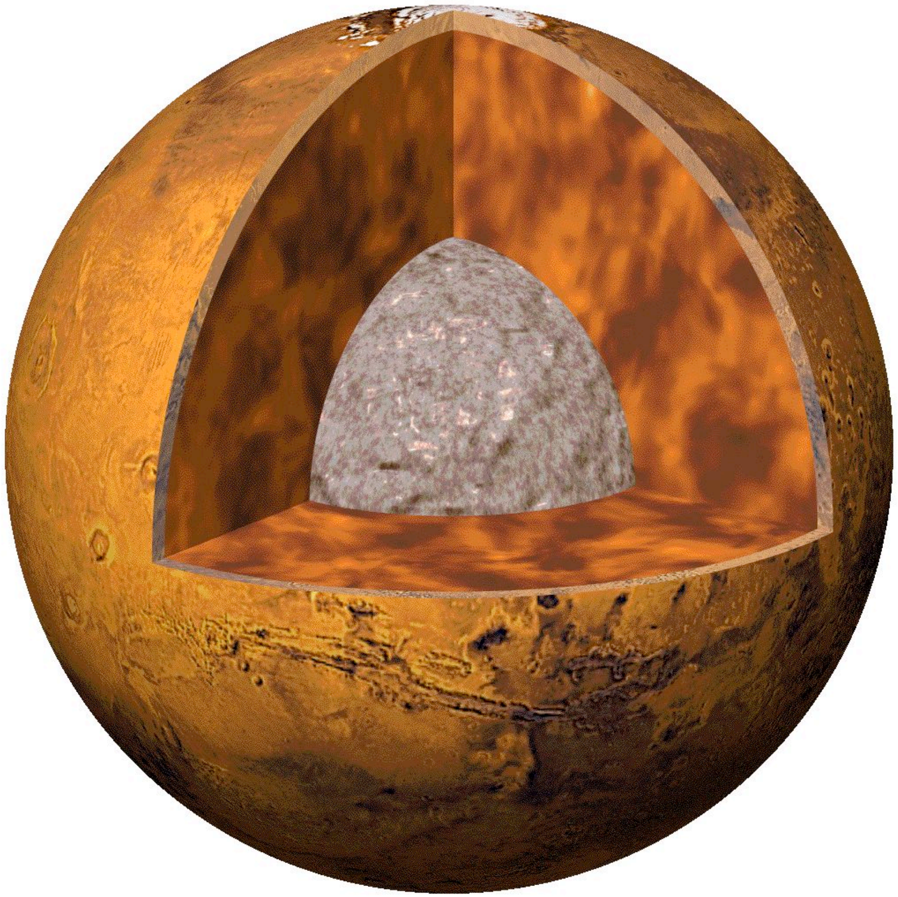
Lune ….

- Nécessité de réduire encore le moment d'inertie par des gradients de densité avec la profondeur
  - Croûte (2900-3000 kg/m^3, 40-70 km)
  - Noyau (4000-8000 kg/m^3, 300-500 km)
- Mais indétermination forte (2 données, 5 paramètres pour un modèle à trois couches..)





Mars



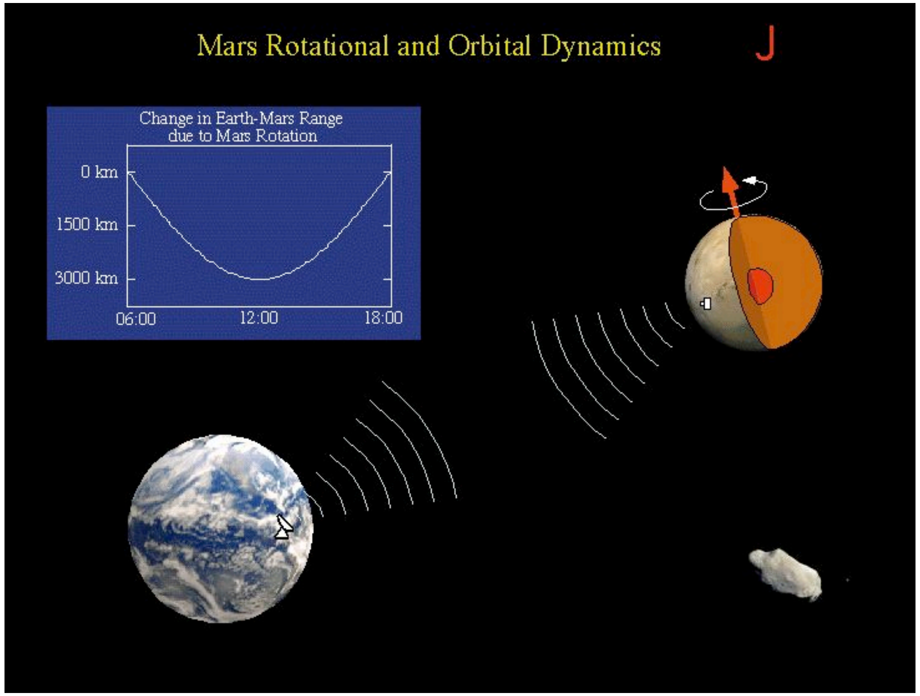
Mesure pour Mars

- Mesures de Doppler et de distance de Pathfinder, 20 ans après Viking
- Mesure directe de la vitesse de précessiondes équinoxes
- Le moment d'inertie est déduit à partir de l'équation de la rotation de la planète
  - Calcul des moments exercés par l'attraction des autres planètes

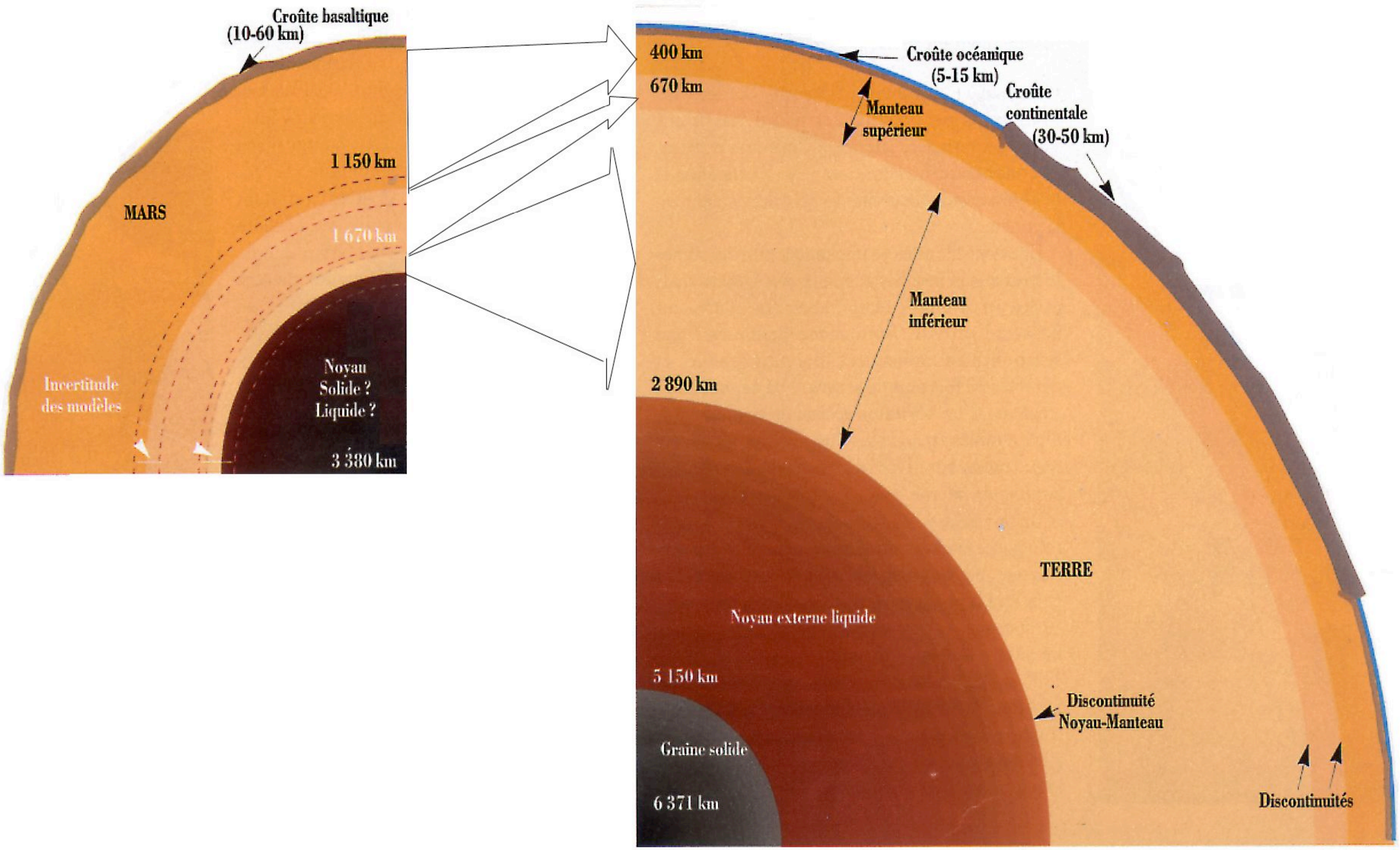
Constante de précession:
-7576 ± 35 mas/an

Période de précession:
170 000 ans

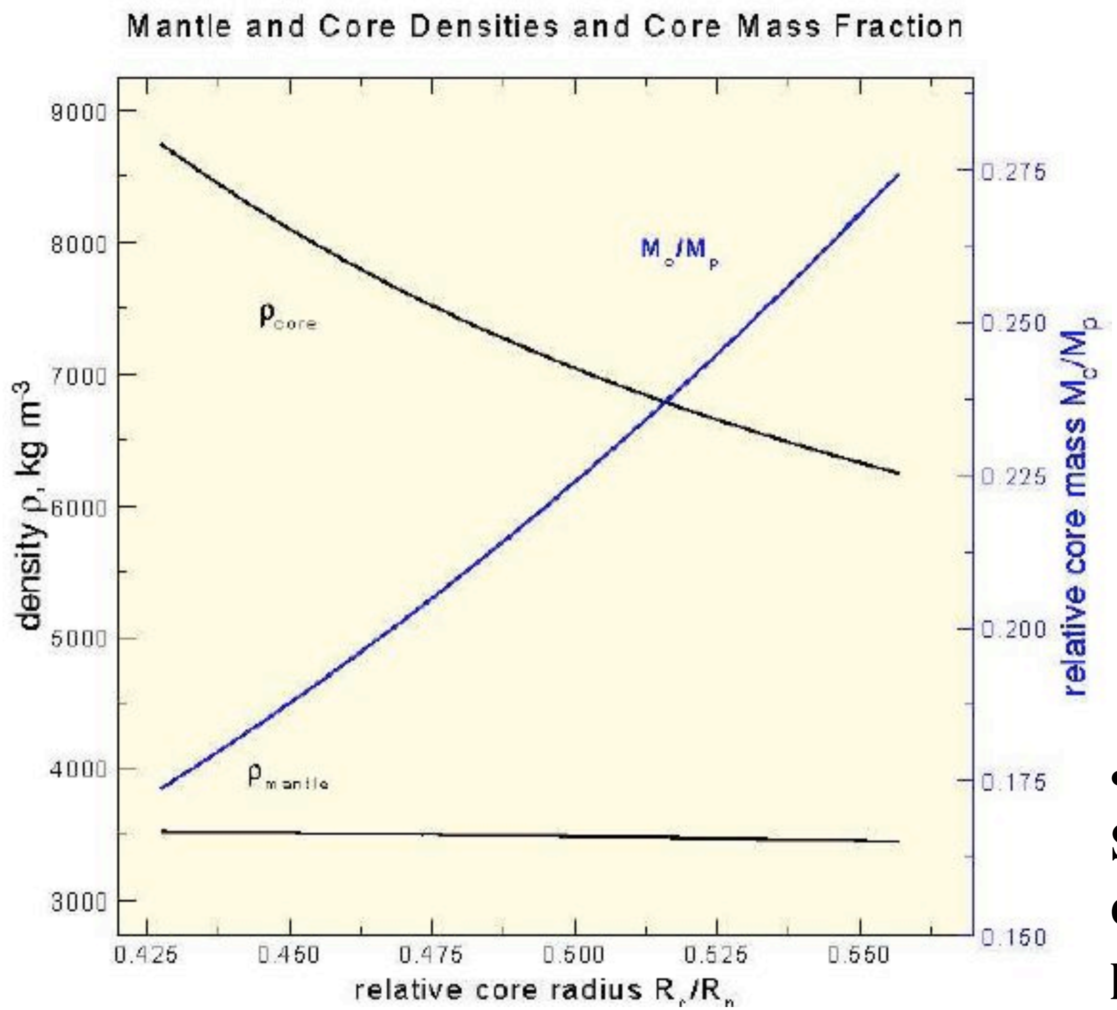
Moment d'inertie C
$C/Mr^2 = 0.3662 \pm 0.0017$



Structure interne a priori



Mars et son noyau

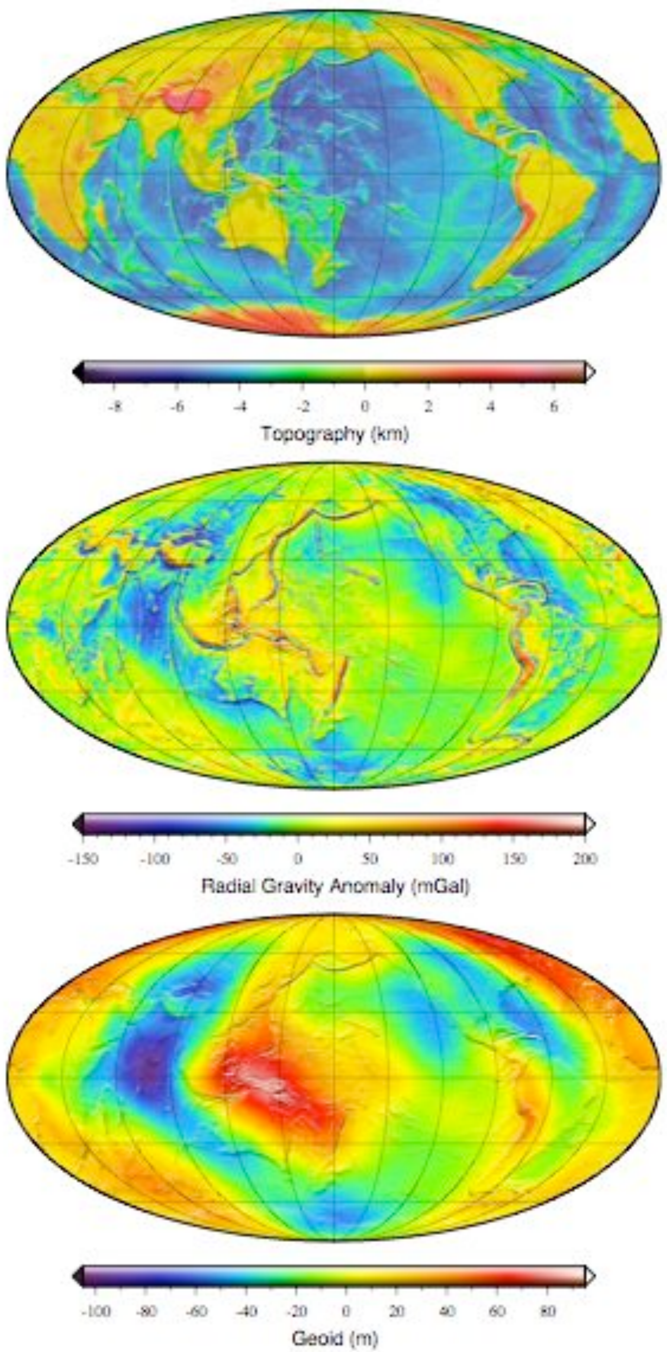


Mars

• 2 nombres sont disponibles Si la densité du manteau est donnée, deux nombres peuvent être estimés (taille et densité du noyau)

Comparaison des formes et champs de gravité

- Tompographie
- Anomalie de gravité à la surface
- Géoide (équipotentielle)

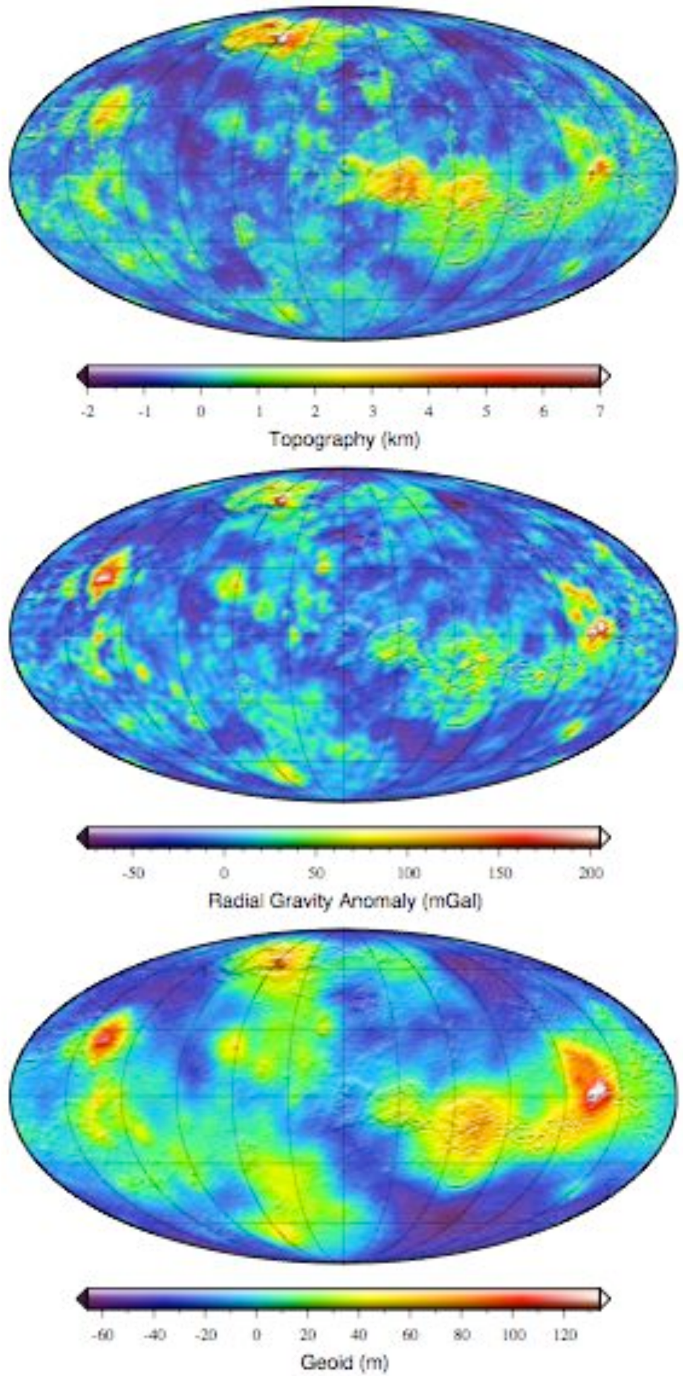


<-

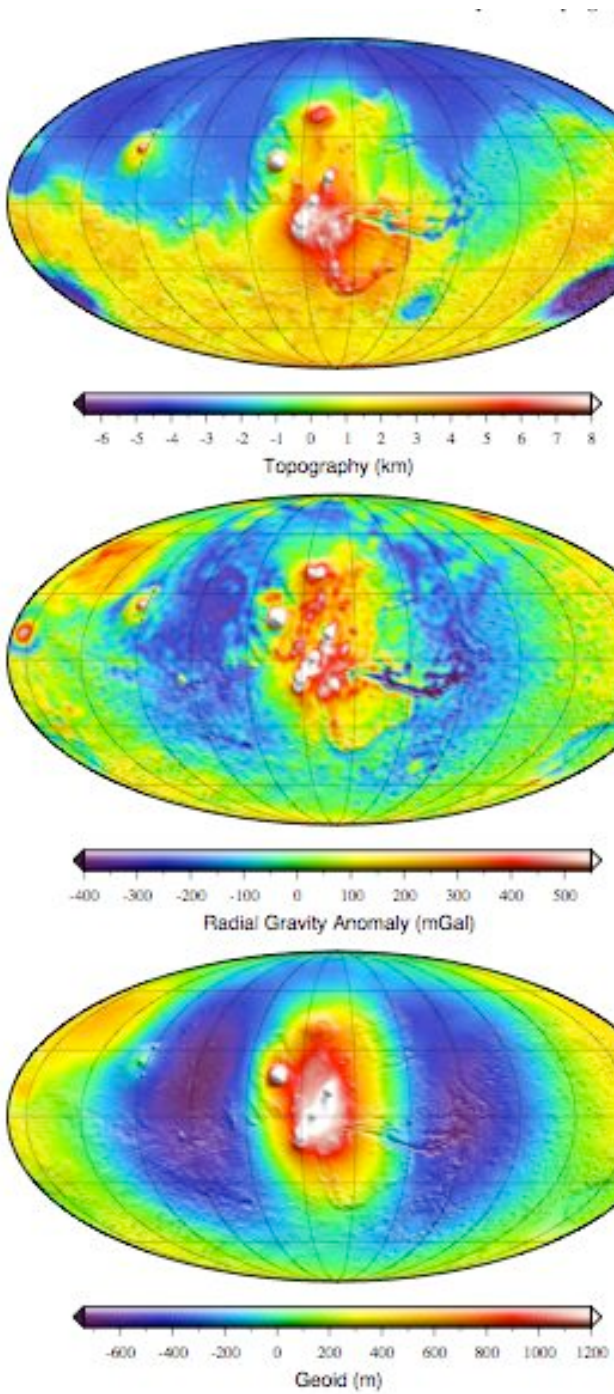
Terre

->

Venus



Wieczorek, 2006

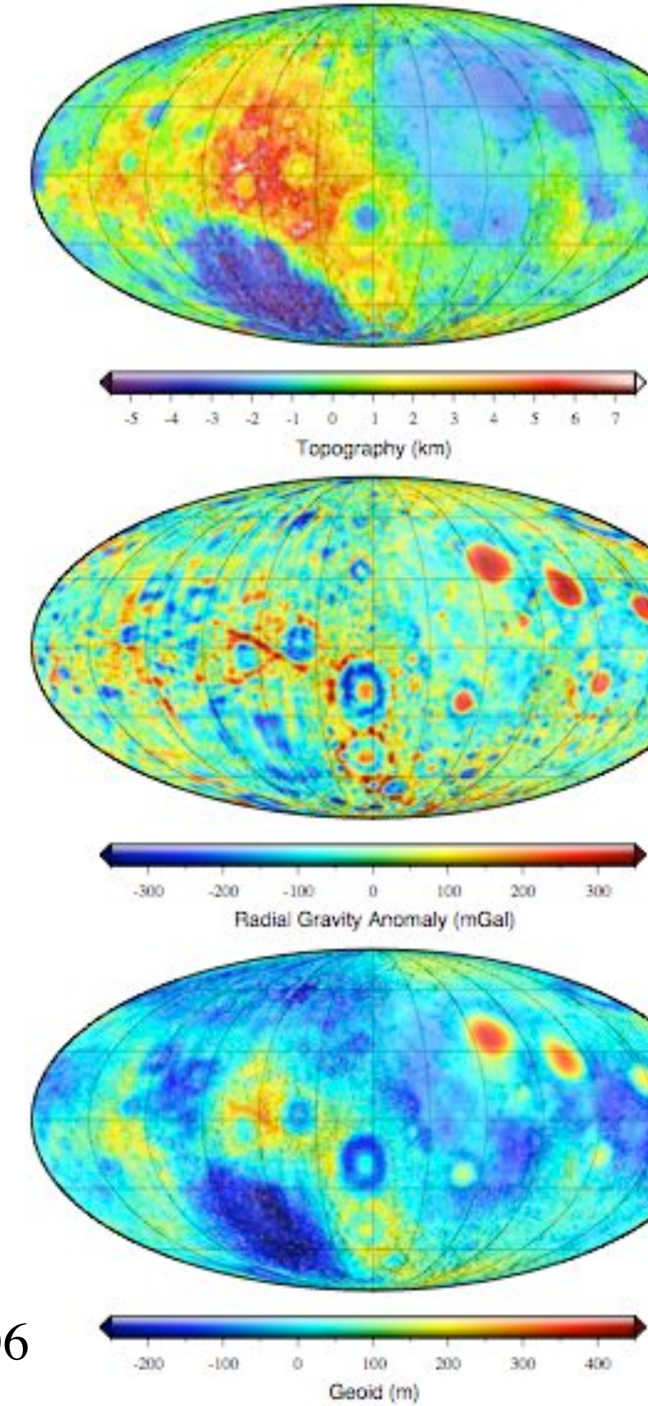


<-

Mars

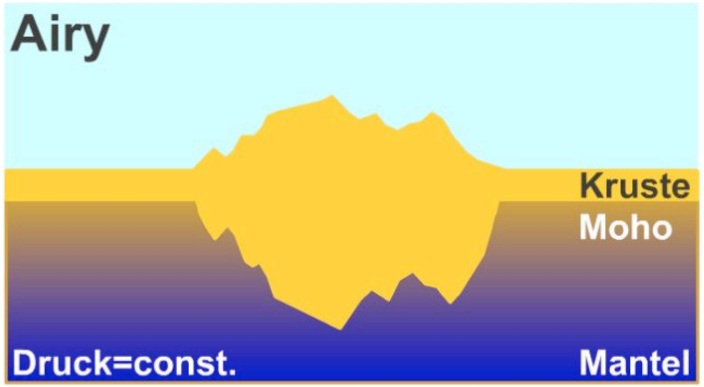
->

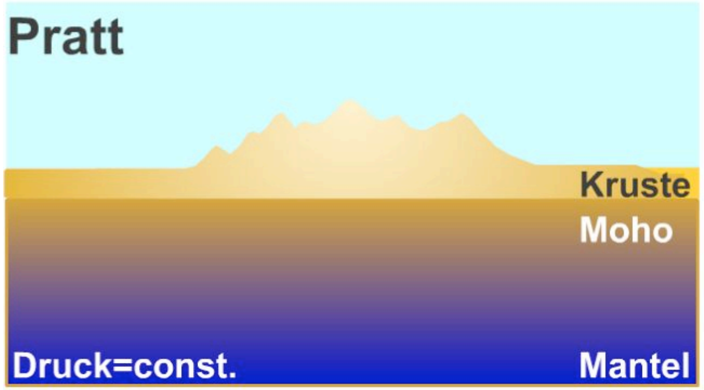
Lune

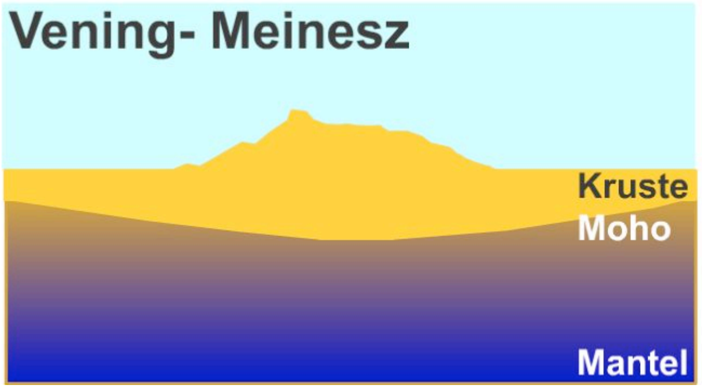


Wieczorek, 2006

Compensation des reliefs (Isostasie)







<u>Compensation d'Airy</u>

1. La croute rigide flotte sur le manteau.
2. Topographie de surface implique une racine
3. La pression à une certaine profondeur dans le manteau est constante

$$h\,\rho_c = (\rho_m - \rho_c)\,b$$

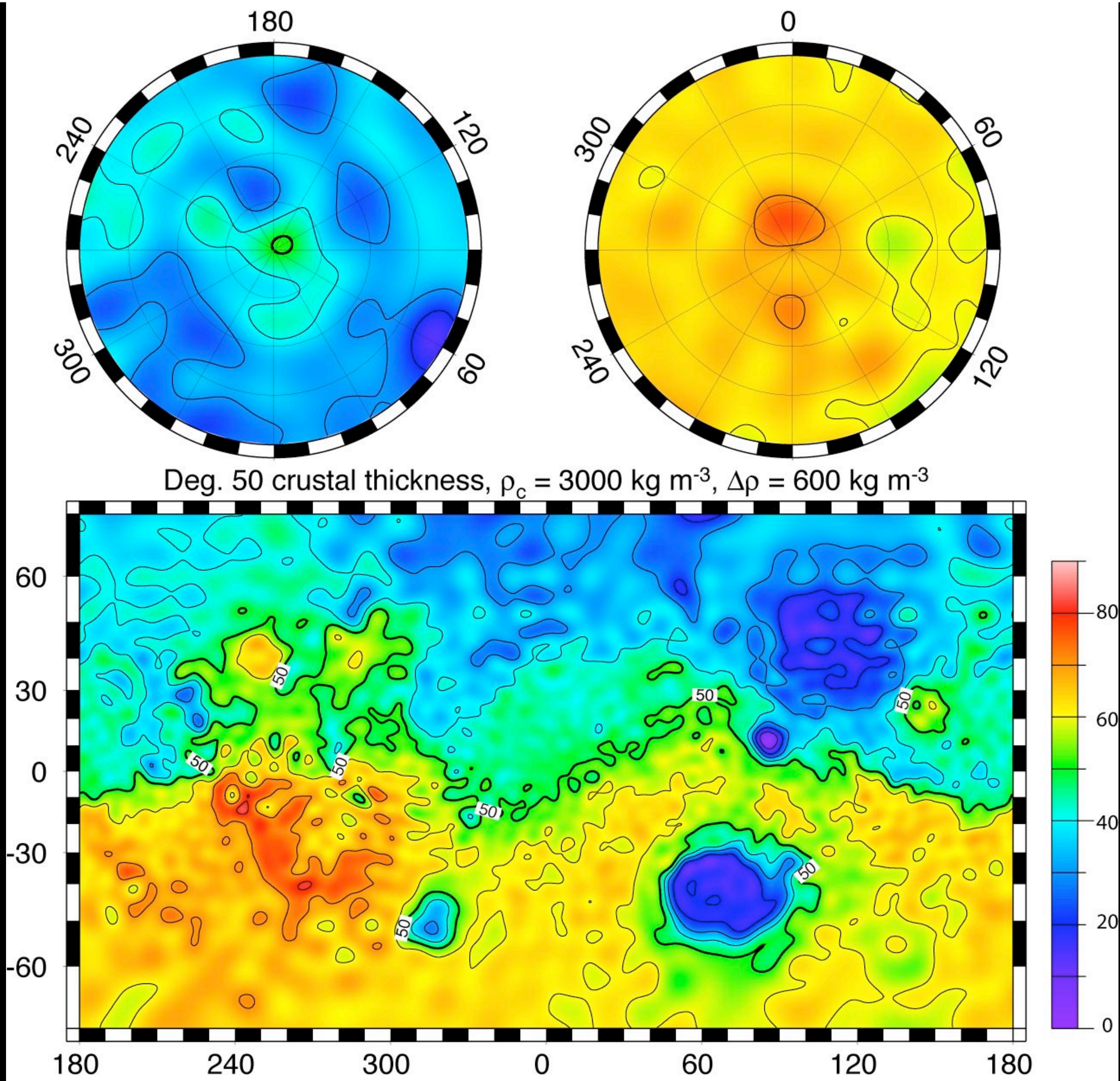
<u>Compensation de Pratt</u>

1. La pression à la base de la croute est contante.
2. Là où les altitudes sont hautes, la densité est faible

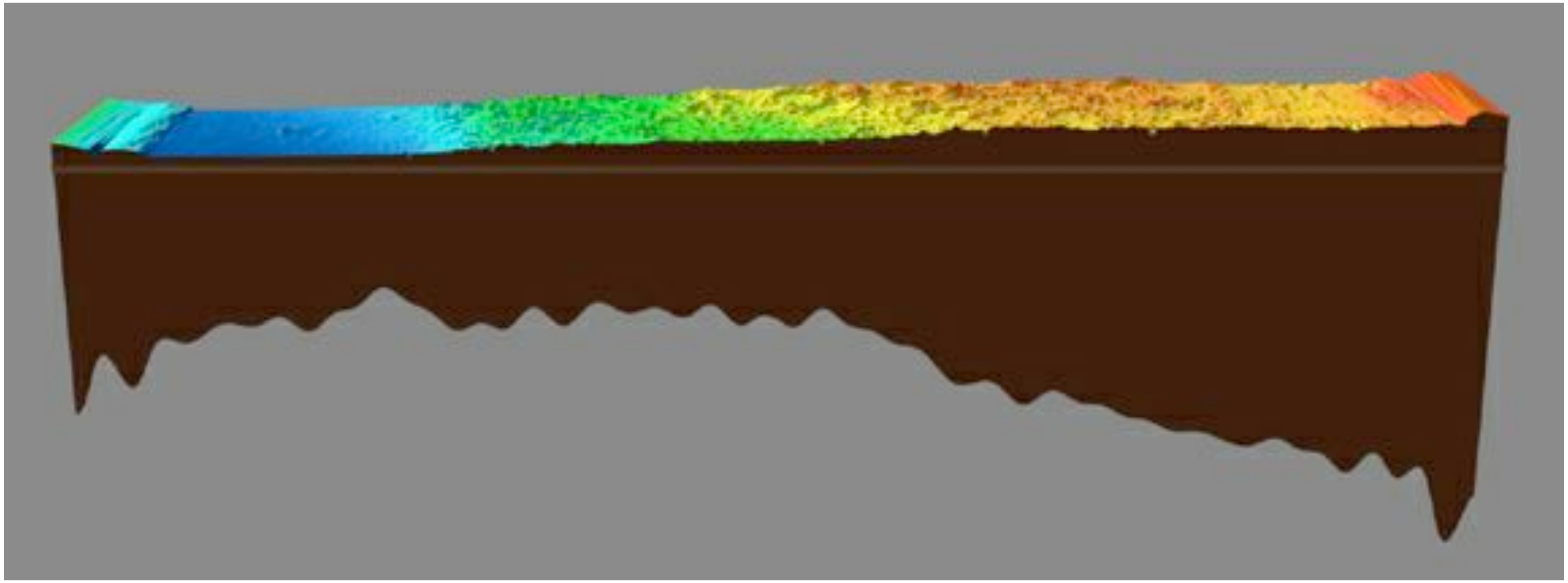
$$H_0\,\rho_0 = (H_0 + h)\rho$$

<u>Flexure</u>

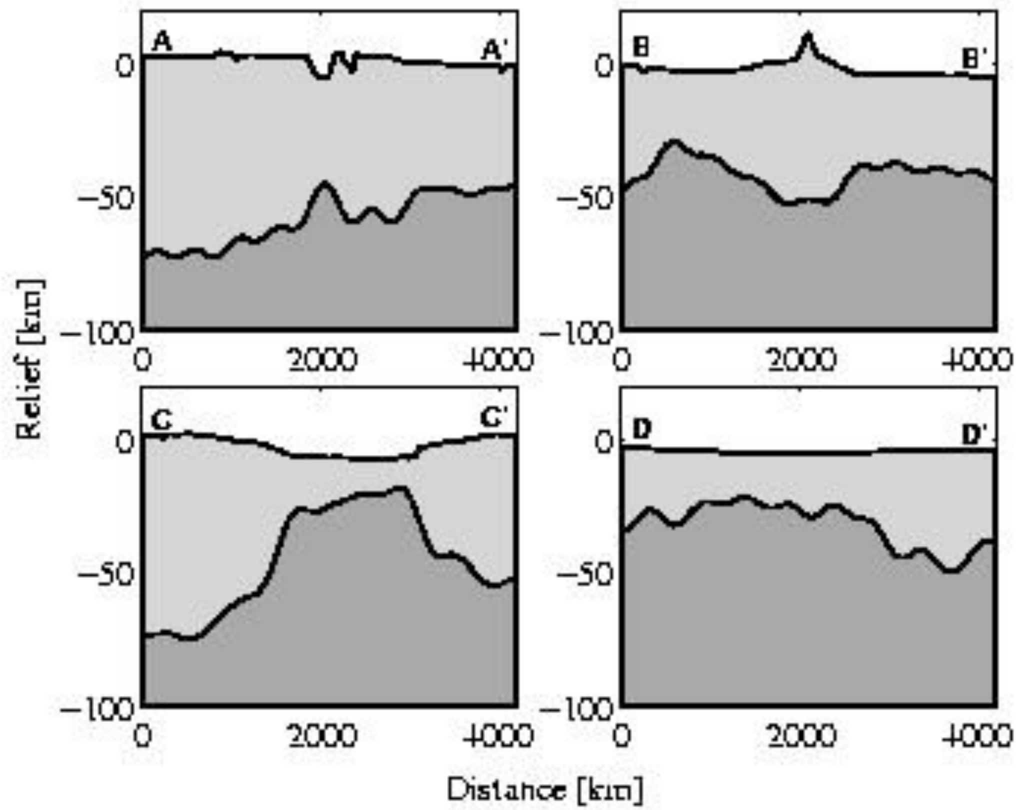
1. Les contraintes élastiques de la croûte supporte une partie de la charge
2. Si l'épaisseur élastique est nulle, la compensation d'Airy s'applique

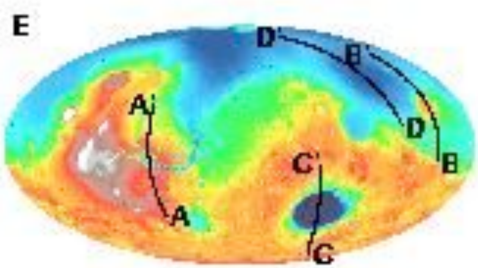


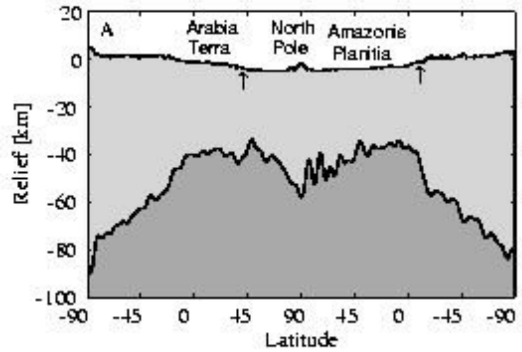
180
240
120
300
60
0
300
60
240
120
Deg. 50 crustal thickness, ρ_c = 3000 kg m^{-3}, $\Delta\rho$ = 600 kg m^{-3}
60
30
0
-30
-60
180
240
300
0
60
120
180
50
80
60
40
20
0



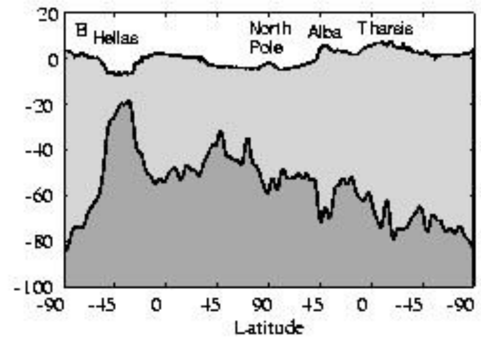
Dichotomie Nord sud et détails







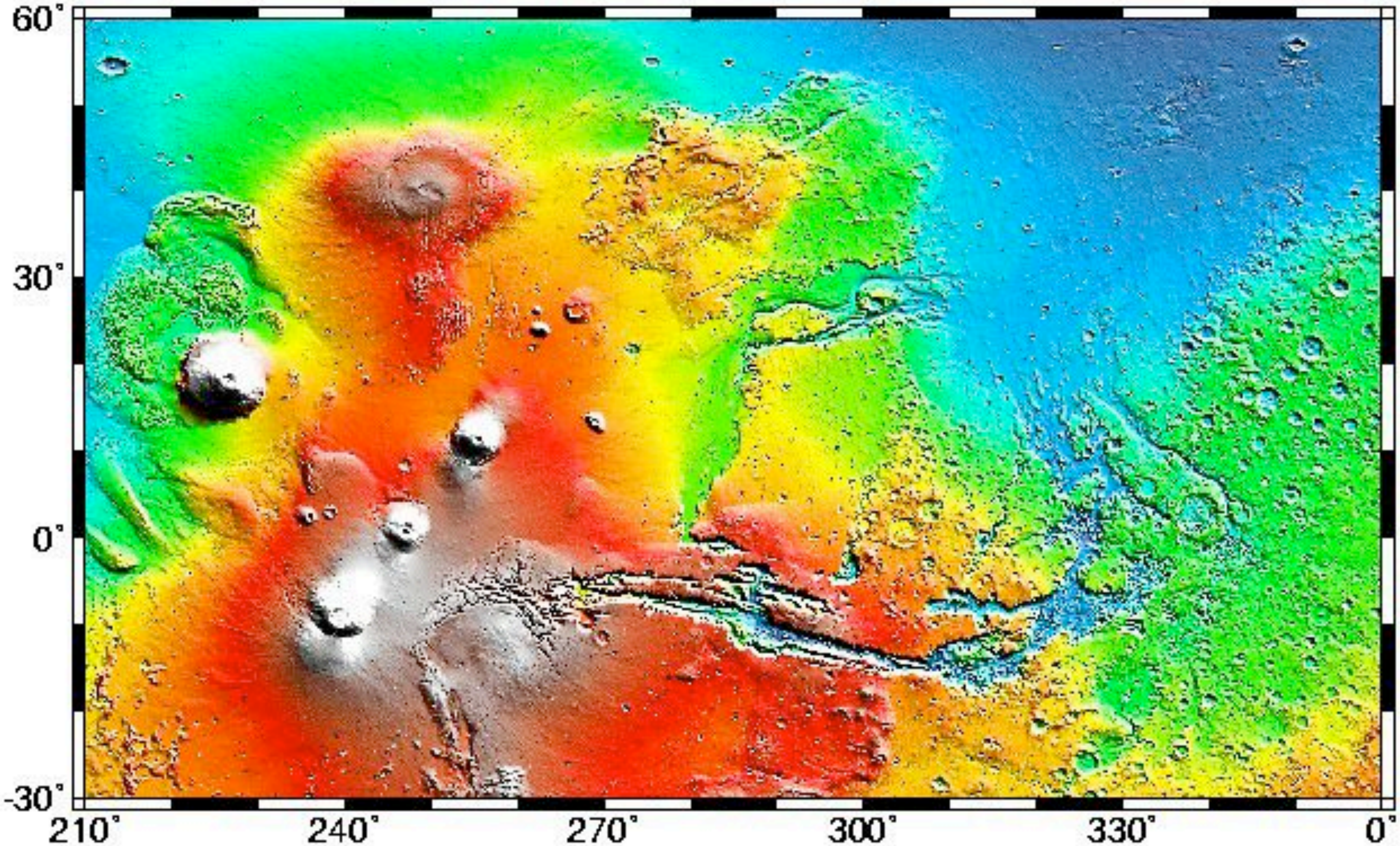
0° à 180°E



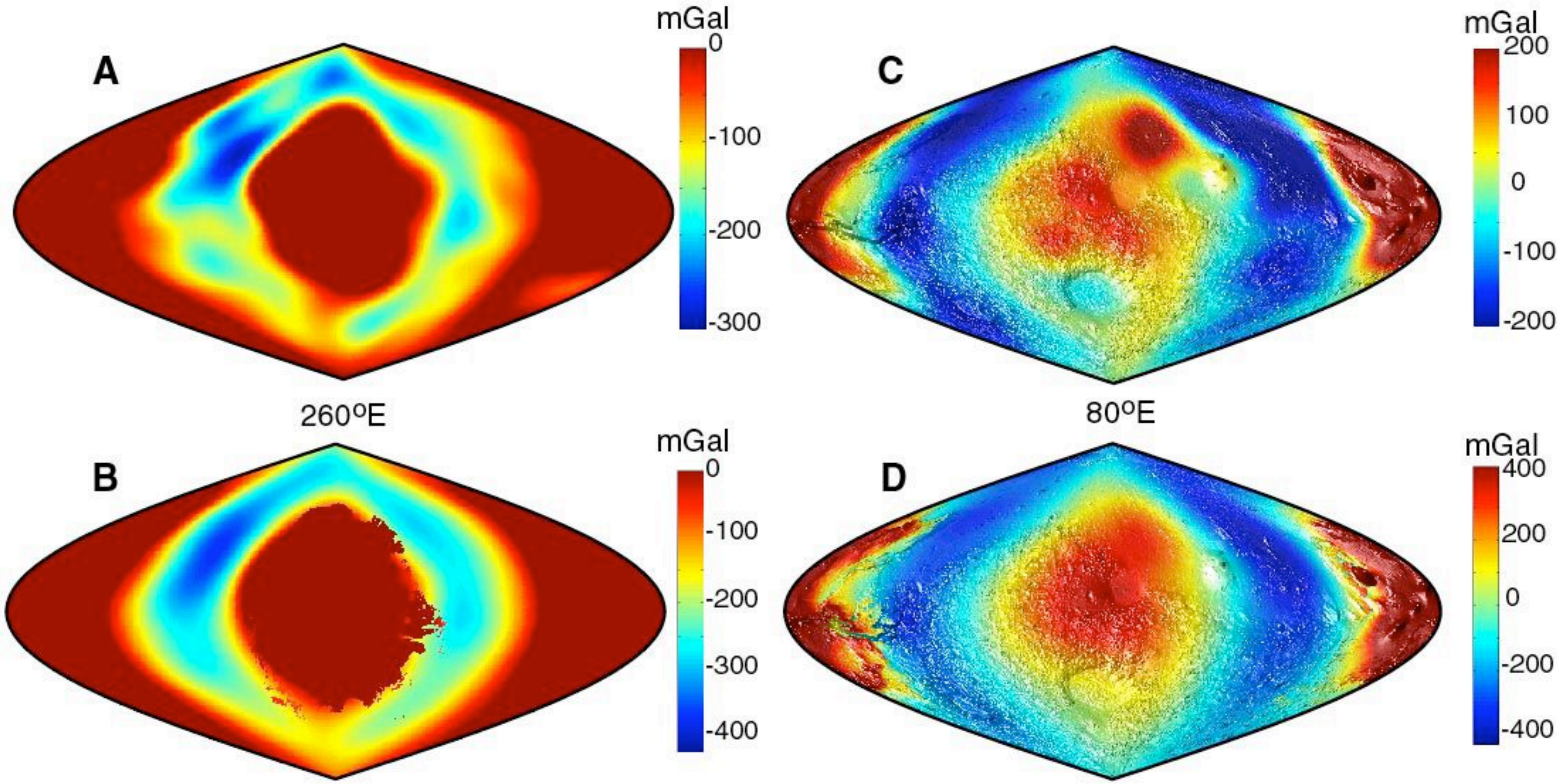
70° à 250°E

Zuber et al., 2000

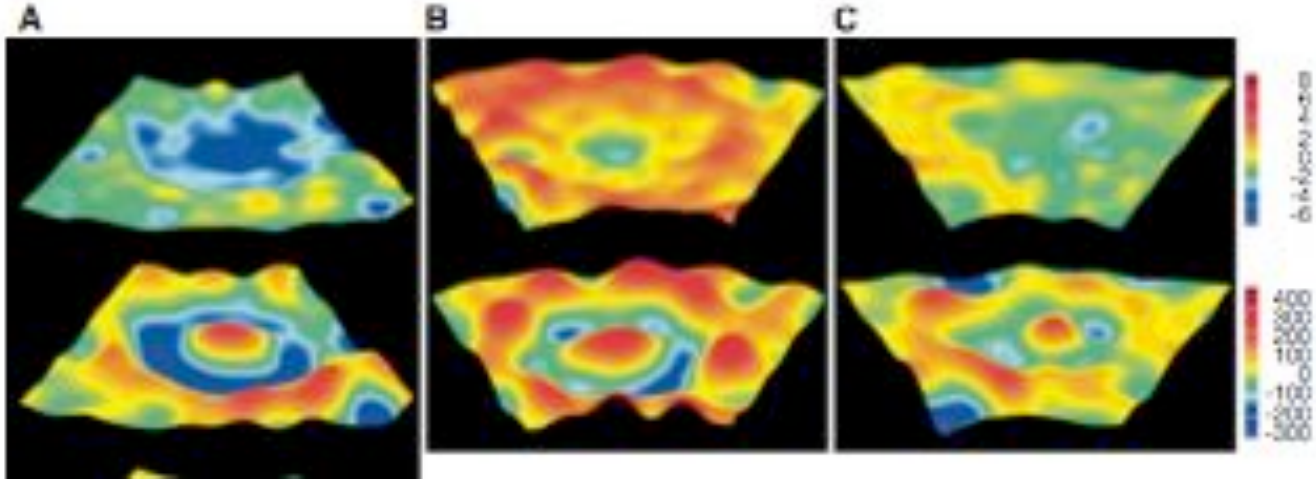
Tharsis et les volcans géants



Une forme controllée par Tharsis

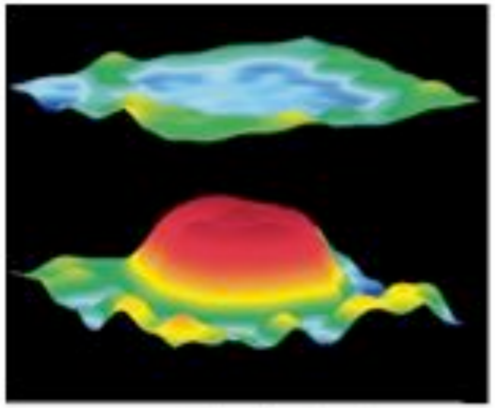


Cratères et mascons



Mer de Humbolt Mendel-Rydberg

Schiller- Zucchius



Mécanisme ?

Mer de la Sérénité