

Licence Sciences et Applications - Mention STEP

Geosciences 3 : « L'homme et la planète »

TD 2 - Étude quantitative du cycle du carbone :

On s'intéresse dans cet exercice à des modèles simples que l'on peut élaborer pour quantifier l'évolution de la concentration en carbone dans différents réservoirs à la surface de la Terre.

A/

On considère comme premier exemple le système formé par l'atmosphère et la matière organique vivante. Dans ce système à deux réservoirs, l'atmosphère reçoit un flux d'entrée constant de carbone dû à la combustion des combustibles fossiles. Un flux de carbone depuis l'atmosphère vers la matière organique est quant à lui dû à la photosynthèse. On fera l'hypothèse de premier ordre que le flux de carbone associé à la photosynthèse est proportionnel à la concentration en carbone dans l'atmosphère.

Montrez que l'équation qui donne la variation du carbone C_1 dans l'atmosphère est alors

$$\frac{dC_1}{dt} = a - kC, \dots \dots \dots (1)$$

avec a le flux de carbone dû à la combustion de la matière organique et kC le flux de carbone fixé par la photosynthèse. Dans les calculs qui suivent, on prendra $a = 48 \times 10^{15}$ g/an et $k = 0.1$ an⁻¹.

A-1

Avant de chercher la solution complète de ce système, on étudie les deux cas extrêmes d'évolution à partir d'une concentration initiale C_0 de carbone dans l'atmosphère.

Dans le premier cas, on considère que la photosynthèse est négligeable (i.e. à faible concentration de CO₂ dans l'atmosphère). Quelle est alors la solution de l'équation ? Qu'elle est l'échelle de temps du système ? Le système atteint-il un régime permanent pour $t \rightarrow \infty$, si oui lequel ?

A-2

Dans le second cas, on considère que l'apport par la combustion de la matière organique morte est négligeable (très forte concentration de CO₂ dans l'atmosphère ou société non développée...), quelle est la solution de l'équation ? Quelle est l'échelle de temps du système ? Est-elle la même que précédemment ? Le système atteint-il un régime permanent et si oui lequel ?

A-3

On cherche maintenant la solution de l'équation complète, sous la forme $C(t) = r_1 + r_2 \text{Exp}(r_3 t)$ avec $C(t=0) = C_0$. Quelles sont les expressions des constantes r_1 , r_2 et r_3 ? Quel est le régime permanent (C_{steady}) atteint par le système ? À partir du régime permanent, on définit le temps de résidence du carbone dans le système comme $\tau = C_{\text{steady}}/a$. À quoi est-il égal ici et quelle est sa signification physique ?

B/

Pour une vision plus complète, on s'intéresse à l'évolution de la teneur en C dans l'atmosphère en prenant en compte les apports dus au volcanisme et les pertes dues aux divers puits (Cf figure). Les apports en C ne sont pas constants mais varient alors de façon périodique, donnée par la fréquence d'activité des volcans. L'équation qui donne l'évolution de la teneur en C est alors

$$\frac{dC_1}{dt} = a + b \sin(\omega t) - kC_1, \dots \dots \dots (2)$$

B-1 Qu'est ce qui fixe la périodicité des éruptions volcaniques et sait-on prévoir les éruptions volcaniques ?

B-2

Sachant que la solution de l'équation (2) s'écrit de la forme $C_1 = A + B \exp(-kt) + D \cos(\omega t) + E \sin(\omega t)$, rechercher l'expression de C_1 . Lorsque t devient grand, comment peut-être simplifier la solution ? Peut-on définir un régime permanent ? Quelle forme prend la solution pour des fréquences d'oscillations très petites, telles que $\omega \ll k$? Que peut-on dire alors de la variation des teneurs en C dans le réservoir, sont-elle amplifiées et en phase par rapport au forçage volcanique ? Comment ses conclusions sont-elles modifiées pour le cas où la fréquence d'oscillation est grande, telle que $\omega \gg k$? Sachant que pour le volcanisme terrestre une période moyenne d'activité est de 100 ans, dans quel cas limite sommes nous ? Les variations volcaniques sont-elles alors amplifiées ou amorties ? Quelle proportion représentent-elles du signal observé ?

B-3 Qu'est ce que l'effet de Serre et est-on aujourd'hui capable de prévoir l'évolution du climat de la Terre à l'échelle du siècle ? Si oui, pourquoi, si non, pourquoi ?

C/

Dans une dernière partie, on étudie le couplage entre deux réservoirs, par exemple l'atmosphère et l'océan, de concentration C_a et C_o . On considère en première approximation que le flux de carbone entre un réservoir et l'autre sont proportionnels à la teneur en carbone dans le réservoir. En prenant en compte par ailleurs les apports extérieurs aux deux systèmes, supposés constants, on obtient le système d'équations couplées suivant :

$$\begin{aligned} \frac{dC_a}{dt} &= a - k_{12}C_a + k_{21}C_o, \\ \frac{dC_o}{dt} &= b + k_{12}C_a - k_{21}C_o \end{aligned} \dots \dots \dots (3)$$

Pour résoudre ce système, on cherchera d'abord à obtenir une équation donnant l'évolution de $C_a + C_o$ en combinant les deux équations proposées. On appellera U la valeur de $C_a + C_o$ à $t=0$. La relation entre C_a et C_o obtenue en intégrant cette nouvelle équation sera ensuite réinjectée dans le système d'équations initial pour en déduire l'évolution des concentrations dans les deux réservoirs. Par rapport à la solution sans couplage obtenue en A, quels commentaires pouvez vous faire ?