Phénomènes de Transport
Correction du TD 6
Variations climatiques du passé

1 Formation et fonte de la calotte glaciaire

Données du problème : t_1 = 50 000 ans ; t_2 = 10 000 ans. ΔT entre l'atmosphère et la calotte = -4 °C.

La température de la surface du sol suit une fonction créneau. Elle vaut 3 °C avant -50 000 ans, -1 °C entre -50 000 et -10 000 ans, puis à nouveau 3 °C après -10 000 ans (Figure 1).

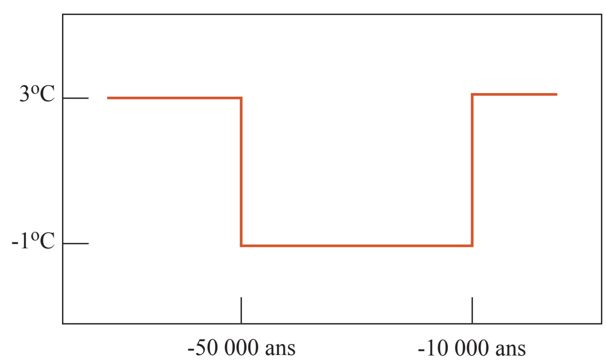

Figure 1: Evolution de la température de la surface du sol lors d'un cycle glaciation-déglaciation.

La glaciation (chute de la température) a eu lieu il y a 50 000 ans ; ses effets se sont propagés depuis à une profondeur d contrôlée par la diffusion de la chaleur :

$$d \approx \sqrt{\kappa t} = \sqrt{10^{-6}\,5\,10^4\,\pi\,10^7} \approx 1250\,\mathrm{m}, \tag{1}$$

où κ=10^{-6} m^2 s^{-1} est la diffusivité thermique du sol. De même on peut calculer la profondeur de propagation de la déglaciation qui a lieu il y a 10 000 ans, environ 560 m.

2 Modèle thermique

On se place dans l'hypothèse où la croûte terrestre peut être considérée comme un milieu semi-infini. Ceci est valable tant que la profondeur atteinte par les perturbations est beaucoup plus faible que l'épaisseur de la croûte, c'est à dire que l'échelle de temps des cycles de glaciation τ est très inférieure à h^2/κ, soit typiquement le million d'années.

Superposition des effets de deux sauts La température de la surface du sol est T_s=$T_1 + T_2$.

Avant la glaciation, aux temps $t < t_1$, on a $T_1 + T_2$=3 °C.
Au temps t_1=0, on a $T_1 + T_2 + \Delta T_1$=-1 °C, soit ΔT_1=-4 °C.
Au temps t_2, on a $T_1 + T_2 + \Delta T_1 + \Delta T_2$=3 °C, soit ΔT_2=4 °C.

On voit que l'on peut choisir librement T_2 ou T_1. On prendra par la suite T_1=3 °C et T_2=0 °C.

La première perturbation T_1 vérifiant les conditions aux limites temporelles s'écrit aux temps $t > t_1$ comme

$$T_1(z,t) = -1 + 4\,\mathrm{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right). \tag{2}$$

La première perturbation T_1 vérifiant les conditions aux limites temporelles s'écrit aux temps $t > t_2$ comme

$$T_2(z,t) = 4 - 4\,\mathrm{erf}\left[\frac{z}{2\sqrt{\kappa\,(t-t_2)}}\right]. \tag{3}$$

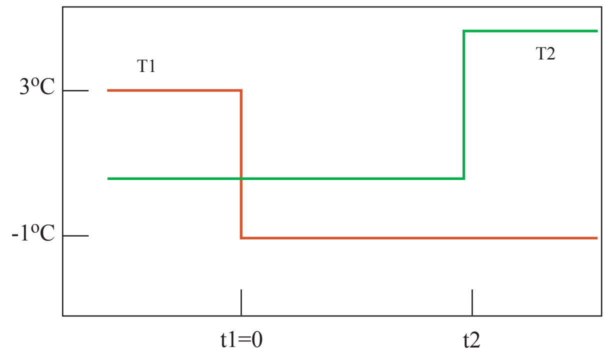

Figure 2: Représentation graphique de la décomposition en deux perturbations.

La solution complète est alors :

$$t < t_2, \qquad T(z,t) = -1 + 4\,\mathrm{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right), \tag{4}$$

$$t > t_2, \qquad T(z,t) = 3 + 4\left\{\mathrm{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right) - \mathrm{erf}\left[\frac{z}{2\sqrt{\kappa\,(t-t_2)}}\right]\right\}. \tag{5}$$

On obtient facilement le flux de chaleur en utilisant la loi de Fourier, $q = -k(\partial T/\partial z)$ en z=0,

$$t < t_2, \qquad q(z=0,t) = \frac{4}{\sqrt{\pi\kappa t}}, \tag{6}$$

$$t > t_2, \qquad q(z=0,t) = \frac{4}{\sqrt{\pi\kappa}}\left[\frac{1}{\sqrt{t}} - \frac{1}{\sqrt{(t-t_2)}}\right]. \tag{7}$$

Pour $t < t_2$, le flux est positif, le sol réchauffe la calotte, alors que pour $t > t_2$, le flux est négatif, le sol est réchauffé par l'atmosphère. *Rmq*: on parle ici de la perturbation du flux qui se rajoute au flux géothermique moyen.